Stochastik in der Gymnasialen Oberstufe (Sekundarstufe II)

– Einstieg in die Stochastik mit Hilfe des 10/20-TestproblemsPSEProjekte:DZLM:CD_CI:Icons Gestaltungsprinzipien:ws15078_DZLM_Icons_Stochastik.pdf

Rolf Biehler, Hauke Friedrich, Birgit Griese und Ralf Nieszporek; erstellt im Projekt   
„Stochastik in der Gymnasialen Oberstufe, KLP-orientiert und GTR-gestützt unterrichten“   
Projektleitung: Prof. Rolf Biehler, Universität Paderborn

|  |  |
| --- | --- |
| Grundidee des Bausteins | In diesem Baustein wird ein unterrichtserprobter Einstieg in den Stochastikunterricht der Einführungsphase vorgestellt. Dies geschieht anhand des „10/20-Testproblems“. Hierbei sollen Schülerinnen und Schüler eigenständig erleben, dass das intuitive Abschätzen von Wahr-scheinlichkeiten äußerst schwer ist und man sich dabei leicht irren kann. Durch Simulationen soll die Fehlvorstellung „Unabhängigkeit von der Stichprobengröße“, abgebaut werden. Dabei wird auch die Bedeutung des empirischen Gesetzes der großen Zahl angeschnitten (ein vertiefender Fortbildungsbaustein zu diesem Gesetz ist unter dem Namen „Stochastik kompakt – Genauigkeit von Simulationen“ ebenfalls Teil dieses Moduls).  Der gezeigte Einstieg macht deutlich, wie man mit Hilfe von Simulationen zu einer Lösung des Problems kommen kann ohne die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Binomialverteilung berechnen zu können/müssen. Es werden bei der Simulation mit dem GTR wichtige Grundlagen für die spätere Behandlung der Binomialverteilung gelegt. Auch werden erste Diagramme erstellt und interpretiert werden, die aus Schülerergebnissen erstellt wurden und deshalb auch gut nachvollziehbar sind.  Des Weiteren kann man das Beispiel zu einem späteren Zeitpunkt, wenn die Binomialverteilung eingeführt worden ist, im Unterricht wieder aufgreifen, um die Ergebnisse der Simulation zu verifizieren und ein Anwendungsgebiet der Binomialverteilung aufzuzeigen.  Durch diese und weitere Punkte steht das 10/20-Testproblem in enger Verbindung mit dem Kernlehrplan. |
| Zielgruppe  und Ziele | Praktizierende Mathematik-Lehrpersonen der Sekundarstufe II:   * lernen einen interessanten und erprobten Einstieg in die Stochastik mit Hilfe von Simulationen kennen und setzten sich didaktisch gewinnbringend mit ihm auseinander. * erfahren Möglichkeiten zum Abbau typischer Fehlvorstellung (Unabhängigkeit von der Stichprobengröße) bei ihren Schülerinnen und Schülern. * stärken ihre Werkzeugkompetenzen im Einsatz des GTRs für Simulationen (Anleitungen und Videos sind nur für den Ti-nspire und CASIO fx-CG20/CG50 ausgelegt!). * erkennen den didaktischen Wert von Simulationen und erfahren Möglichkeiten, sie in ihrem eigenen Unterricht einzusetzen. * lernen Möglichkeiten kennen, wie sie ihren Schülerinnen und Schülern den Einsatz des GTRs näherbringen können. * reflektieren Hintergründe und Möglichkeiten des Einsatzes dieser Inhalte im Unterricht. |
| Hintergrund | Der Inhaltsbereich Stochastik hat nach den aktuellen Lehrplänen für Nordrhein-Westfalen einen festen Platz im Unterricht der Sekundarstufe II erhalten. Dies stellt manche Lehrkräfte vor neue Herausforderungen, da in ihrer eigenen schulischen und universitären Ausbildung Stochastik vernachlässigt wurde. Die neuen Technologien, die gerade im Stochastikunterricht den Umgang mit zufälligen Ereignissen durch Entlastung von langwierigen Berechnungen und durch Simulationen stützen sollen, erfordern ebenfalls Einarbeitungszeit, Materialvorgaben und didaktische Überlegungen – all dies wird in diesem Modul geboten.  Das „10/20-Testproblem“ ist eine Abwandlung des bekannten „Maternity-Ward-Problem“ bei dem ähnliche Fehlvorstellungen auftreten. Studien der Didaktik und der Entscheidungs-psychologie, wie zum Beispiel Kahneman & Tversky, 1972; Maxara & Biehler, 2010; Meyfarth, 2008 oder Sedlmeier & Gigerenzer, 1997, haben gezeigt, dass das richtige Einschätzen von Wahrscheinlichkeiten schwer ist und dass viele Personen glauben, dass das Eintreffen von bestimmten Ereignissen nicht von der Stichprobengröße abhängt. Mit Hilfe von Simulationen soll diese Fehlvorstellung abgebaut und durch das empirische Gesetz der großen Zahl sowie das -Gesetz ersetzt werden.  Mit diesem Baustein werden Lehrerinnen und Lehrer unterstützt einen Einstieg in den Stochastikunterricht vorzustellen, der den im Kernlehrplan geforderten Einsatz des GTRs sowie Simulationen mit abdeckt. Aufgrund des für den Unterricht geeigneten „Workshops“ und der angebotenen Lehrvideos können nicht nur GTR-Experten, sondern auch Schülerinnen und Schüler mit sehr geringer Kompetenz im Umgang mit dem TI-nspire oder dem CASIO fx-CG20 die Simulationen durchführen. |
| Struktur und Kernaktivitäten | Die Beschäftigung mit dem „10/20-Testproblem“ steht in diesem Fortbildungsmodul im Fokus. Dabei erleben die Lehrkräfte den Einsatz des Beispiels in unterschiedlichen Phasen.  Der Baustein beginnt mit einem Impulsvortrag, der einerseits die Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler aus der Sekundarstufe I aufzeigt und gleichzeitig die Inhalte des Fortbildungsbausteins mit dem Kernlehrplan in Verbindung bringt. Zudem werden in einem optionalen Teil die Grundbegriffe der Stochastik wiederholt.  Anschließend werden die Lehrkräfte selbst aktiv, indem sie das „10/20-Testproblem“ aus Sicht einer Schülerin bzw. eines Schülers bearbeiten. Diese Phase besteht aus zwei Teilen. Im ersten Teil können sie das Problem entweder mit Hilfe eines Münzwurfexperiments erkunden oder hierfür bereits eine halbautomatische Simulation erstellen und verwenden. Hierbei steht man aber vor dem Problem, dass die Strichprobenanzahl relativ gering ist. Im zweiten Teil wird dieses Problem durch eine vollständige Simulation des Beispiels beseitigt und man ist nun in der Lage, zuverlässigere Aussagen zu treffen.  Zum Schluss wird das empirische Gesetz der großen Zahl sowie das -Gesetz erwähnt, welche für die Begründung der richtigen Lösung (ohne Einführung der Binomialverteilung) unumgänglich sind.  Zusätzlich steht eine Selbstlernlektion mit Lernvideos zum Umgang mit dem GTR (sowohl für den TI-nspire als auch den CASIO fx-CG20/CG50) zur Verfügung. Diese können sich sowohl Schülerinnen und Schüler als auch ihre Lehrkräfte ansehen, um ihre GTR-Kompetenz zu stärken. In diesen Videos wird auch ein weiteres Beispiel („Chuck-a-Luck“) vorgeführt. Es ist ebenfalls für den Einsatz im Unterricht geeignet ist und kann zu einem späteren Zeitpunkt zur Einführung des Erwartungswertes verwendet werden. Als Alternative zu den Videos kann die Praxisphase dieses Fortbildungsbausteins durch einen zeitlich längeren Workshop ersetzt werden, der dieselben Inhalte vermittelt. |

|  |  |
| --- | --- |
| Verfügbares  Material | 1. **Präsentation:**   DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx   1. **Handouts:**   01\_1020\_Testproblem\_AB\_V01.docx  01\_1020\_Testproblem\_AB\_V02.docx  02\_1020\_Testproblem\_Anleitung\_CASIO\_hh.docx  02\_1020\_Testproblem\_Anleitung\_TI\_hh.docx  03\_1020\_Testproblem\_Anleitung\_CASIO\_Voll.docx  03\_1020\_Testproblem\_Anleitung\_TI\_Voll.docx   1. **GTR-Dateien:**   1020.g3m  1020HH10.g3m  1020HH20.g3m  02\_GTR\_CASIO\_hh\_10er.g3k  02\_GTR\_CASIO\_hh\_20er.g3k  02\_GTR\_Sammeln\_V01.tns  02\_GTR\_Sammeln\_V02.tns  02\_GTR\_TI\_hh.tns  03\_GTR\_CASIO\_voll.g3k  03\_GTR\_TI\_voll.tns  03\_GTR\_TI\_10\_20\_voll\_Erw\_Visu.tns  03\_GTR\_TI\_10\_20\_voll\_Erw\_Visu\_Anzahl\_besser.tns  03\_GTR\_TI\_10\_20\_voll\_Erw\_Visu\_Anteil\_besser.tns   1. **Material für einen möglichen Workshop:**   Z\_01\_1020\_Testproblem\_CASIO.docx  Z\_01\_1020\_Testproblem\_TI.docx   1. **Selbstlernmaterial (zu finden im Materialordner von Baustein 1):**   AB\_01\_LB\_C\_Chuck\_a\_Luck\_Histogramm.docx  AB\_01\_AB\_C\_Chuck\_a\_Luck\_rel\_H.docx  AB\_01\_LB\_C\_Chuck\_a\_Luck\_rel\_H.docx  AB\_01\_IB\_C\_Verbinden\_des\_GTRs.docx  AB\_01\_IB\_C\_Zufallsaddon.docx  AB\_01\_IB\_C\_Zufallsbefehle.docx  AB\_01\_IB\_Ti\_Simulationsbefehle.docx  AB\_01\_LB\_Ti\_Schnellgraph.docx  AB\_01\_LB\_Ti\_von\_Hand.docx  AB\_01\_AB\_Ti\_Chuck\_a\_Luck\_rel\_Hn.docx  AB\_01\_LB\_Ti\_Chuck\_a\_Luck\_rel\_H.docx   1. **Diverse Videos/moodle Lektionssicherung (zu finden im Materialordner von Baustein 1):**   CASIO fx-CG20 Sicherung Copyright.mbz  Ti-nspire Sicherung Copyright.mbz |
|  | **Außerdem notwendig:**   * Beamer und Laptop (mit folgender Software: PowerPoint, TI-nspire- Software und fx-CG Manager Plus) * ggf. Münzen |

|  |  |
| --- | --- |
| Wichtiger  Hinweis | Damit die .pptx und .docx Versionen unserer Materialien weitestgehend fehlerfrei geöffnet werden können, benötigen Sie als **Windowsnutzer** **Microsoft Office 2007** oder eine neuere Version. Als **Macintosh-Nutzer** sollten Sie hingegen **Microsoft Office 2016** oder neuere Version verwenden.  Falls Sie die Dateien mit einer älteren Version öffnen, werden die eingebauten Formeln nicht mehr angezeigt, bzw. ganze Textbausteine nicht mehr editierbar sein.  Auch raten wir davon ab, Dateien mit einer älteren Office Version zu speichern, um diese anschließend mit einer neueren Version (z.B. unter Mac-Betriebssystem) zu öffnen. Hierdurch können ebenfalls Kompatibilitätsprobleme auftreten.  Da sämtliche .pptx und .docx Dateien mit Microsoft Office 2016 erstellt worden sind, empfehlen wir, auch Microsoft Office 2016 oder neuer auf beiden Systemen zum Öffnen zu nutzen, damit Darstellungsfehler vollständig ausgeschlossen werden können. |
|  |  |
| Quelle und  Nutzungsrechte | Dieses Material wurde durch Rolf Biehler, Hauke Friedrich, Birgit Griese und Ralf Nieszporek für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden. Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können, soweit nicht anders gekennzeichnet, für Zwecke der Aus- und Fortbildung genutzt und verändert werden, wenn die Quellenhinweise mit DZLM, Projektname und Autorinnen und Autoren aufgeführt bleiben sowie das bearbeitete Material unter der gleichen Lizenz weitergegeben wird (<https://creativecommons.org/licenses/>).  An der Erstellung des Materials haben alle oben genannten Autorinnen und Autoren mitgewirkt.  Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. Zusatzmaterialien. |
| Danksagung | Stochastik in der gymnasialen Oberstufe  Matthias Dickel, Thomas Jörgens, Gernot Jost, Sven Meyhoefer, Wolfgang Unkelbach  Stochastik kompakt – Thüringen 2015  Hubert Langlotz, Andreas Prömmel, Wilfried Zappe  Stochastik kompakt 2013-2015  Michael Casper, Ruben Loest, Janina Niemann |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Beispiel für eine mögliche Zeitstruktur für einen 3 Stunden-Block | | | |
| Zeit | Phase / Aktivität | Sozial-form | Material / Medien |
| 25 min | **Impulsvortrag:**   * Heterogene Vorerfahrungen von Schülerinnen und Schülern zu Beginn der Einführungsphase * Anbindung der Fortbildungsinhalte an den Lehrplan * Klärung grundlegende stochastischer Begriffe (optional) | PL | 1.  DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx  Folien 1 bis 16 |
| 35 min | **Erkundung des 10/20-Testproblems**  Vorstellung des „10/20-Testproblems“ mit einigen Interaktionsphasen zwischen Moderator/in und TeilnehmerInnen | PL | 1.  DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx  Folien 15 bis 24 |
| 40 min | **Simulationserstellung/Nachspielen**  Praxisphase zum halbautomatischen Simulieren/Nachspielen des 10/20-Testproblems und anschließendes Sammeln der Ergebnisse | GA | 1  DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx  Folien 24 bis 26  2./3. Anleitungen und  GTR-Dateien (siehe Folien) |
| 35 min | **Bedeutung der Stichprobengröße**  Überleitung und Motivierung der vollständigen Simulation des Problems mit Stichprobenzahl und anschließender Praxisphase in der die Simulation erstellt wird | PL/GA | 1.  DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx  Folien 27 bis 28  2./3Anleitungen und  GTR-Dateien (siehe Folien) |
| 20 min | **Besprechung der Gruppenergebnisse**  Sammeln der Ergebnisse der vollständigen Simulationen sowie Besprechung der Erkenntnisse und Überleitung zum empirischen Gesetz der großen Zahl | PA | 1.  DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx  Folien 29 bis 37  2./3,  Anleitungen und  GTR-Dateien (siehe Folien) |
| 10 min | **Einordnung in den KLP und Reflexion über den unterrichtlichen Einsatz**  Die Lehrkräfte sollen sich hier Gedanken über die Relevanz der Beispiele für ihren eigenen Unterricht bewusst werden und über die Vorteile reflektieren. |  | 1.  DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx  Folien 37 bis 41 |
| 15 min | **Möglichkeiten des Simulationseinsatzes**  Vorstellung und Diskussion verschiedener Möglich-keiten des Einsatzes von Simulationen im Unterricht | PL/GA | 1.  DZLM-Leitidee\_Stochastik-BS2-Folie-1020\_Testproblem 20170522.pptx  Folien 38 bis 48  Simulationsplan,  (siehe Folien) |