



# Mathematische Begabung in den Sekundarstufen erkennen und angemessen aufgreifen

---

Dr. Maike Schindler | Postdoctoral Researcher, Örebro Universität, Schweden,  
[maike.schindler@oru.se](mailto:maike.schindler@oru.se)

Prof. Dr. Benjamin Rott | Juniorprofessor, Universität Duisburg-Essen,  
[benjamin.rott@uni-due.de](mailto:benjamin.rott@uni-due.de)

# Annäherung an das Thema



[zur Startseite machen](#)

[Abo](#) [Shop](#) [TV-Prog](#)

[Home](#) [Politik](#) [Wirtschaft](#) [Geld](#) [Sport](#) [Wissen](#) [Panorama](#) [Feuilleton](#) [ICON](#) [Reise](#) [Motor](#) [R](#)

IN DEN NACHRICHTEN: [Krim-Krise](#) | [Türkei](#) | [Champions League](#) | [Tarifstreit](#) | [Lufthansa-Streik](#)

[Home](#) > [Wissen](#) > [Deutschland verschenkt Potenzial seiner Schüler](#)

10.09.12 | [Begabungsforschung](#)

## Deutschland verschenkt Potenzial seiner Schüler

Talent und Begabung bleiben in Deutschland oft unentdeckt, da nicht konsequent danach gesucht wird. Das schadet der Allgemeinheit und den Betroffenen. Andere Länder nutzen die Potenziale besser.

---

MEISTGE

---

1. [Tsunami-Seebeben fo](#)

Deutschland verschenkt nach Expertenansicht das bei vielen Schülern vorhandene Potenzial, zu Spitzenkräften und Führungspersönlichkeiten zu werden.

"Zur Zeit wird die Begabung eines Kindes in Deutschland im sportlichen oder intellektuellem Bereich oft nur rein zufällig entdeckt", sagte der Experte für Begabungsforschung von der Universität Münster, Prof. Christian Fischer.

Andere Länder wie zum Beispiel Südkorea würden durch ihre systematische Begabungsförderung dagegen immer stärker an Boden gewinnen.

# Gliederung

---

1. **Input** – Annäherung an das Thema mathematische Begabung
2. **Diagnose** mathematischer Begabungen
3. **Förderung** mathematischer Begabungen

# Gliederung

---

- 1. Input – Annäherung an das Thema mathematische Begabung**
2. Diagnose mathematischer Begabungen
3. Förderung mathematischer Begabungen

# Annäherung an das Thema

## Arbeitsauftrag:

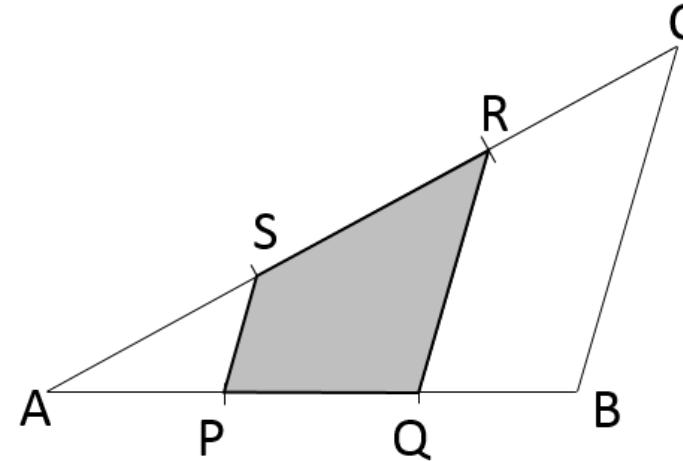
Lösen Sie das folgende Problem.

## Aufgabe:

Es sei ein beliebiges Dreieck  $ABC$  gegeben.

Die Punkte  $P, Q$  und  $R, S$  teilen die Seiten  $AB$  und  $AC$  in jeweils drei gleiche Teile.

Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Vierecks im Vergleich zum Flächeninhalt des Dreiecks?



# Annäherung an das Thema

---

**Aus rechtlichen Gründen können wir  
die Schülerbearbeitungen leider nicht  
zum Download bereitstellen.**

# Annäherung an das Thema

---

## **Was ist (Hoch-) Begabung? Wie definiert man Begabung?**

„Was Hochbegabung ist, lässt sich nicht leicht beantworten. Das liegt unter anderem daran, dass der Begabungsbegriff uneinheitlich gebraucht wird – auch von Experten. Es gibt vermutlich fast so viele unterschiedliche Auffassungen von »Begabung«, wie es Begabungsforscher gibt.“ (Rost 2008, S. 44)

# Annäherung an das Thema

„Meine Definition von kognitiver Hochbegabung ist diese:

*Eine hochbegabte Person hat das **Potenzial**, sich schnell inhaltliches und prozedurales **Wissen anzueignen**. Sie kann dieses Wissen in vielen unterschiedlichen Situationen wie Schule, Familie, Freizeit, Ausbildung und Beruf **effektiv nutzen**, um neue Probleme, die sich ihr stellen, zu lösen. Sie ist fähig, rasch aus den dabei gemachten **Erfahrungen zu lernen**. Und sie erkennt auch, auf welche neuen Situationen und Problemstellungen sie ihre gewonnenen Erkenntnisse übertragen kann und wann solch eine Übertragung nicht statthaft ist.*

*All dies kann sie weit besser als ein Großteil ihrer Vergleichsgruppe, also zum Beispiel die Gleichaltrigen.*

Die Definition von »weit besser« ist dabei eine reine Konvention. In der Regel gilt als hochbegabt, wer einen IQ von über 130 hat und damit zu den klügsten zwei Prozent der Bezugsgruppe gehört. Diese Definition ist also sehr intelligenznahe. Man könnte demnach an Stelle von »hochbegabt« auch von »hochintelligent« sprechen.“



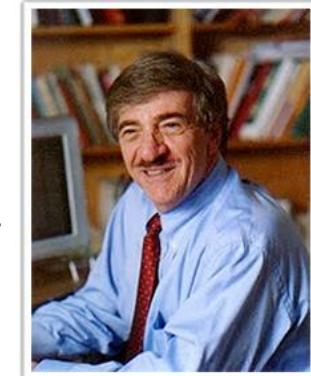
Rost (2008,  
S. 44 f.)

# Annäherung an das Thema

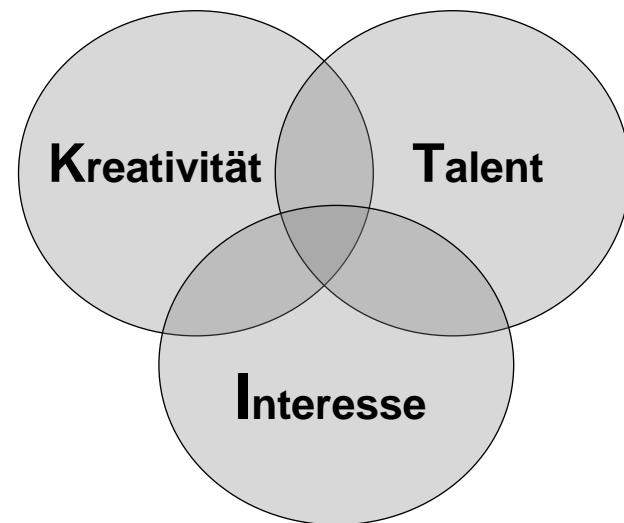
“Research on creative/productive people has consistently shown that although no single criterion should be used to identify giftedness, persons who have achieved recognition because of their unique accomplishments and creative contributions possess a relatively well-defined set of three interlocking clusters of traits.

These clusters consist of above-average though not necessarily superior general ability, task commitment, and creativity.

It is important to point out that no single cluster ‘makes giftedness.’ Rather, it is the interaction among the three clusters that research has shown to be the necessary ingredient for creative/productive accomplishment.”



Renzulli  
(1978, S.  
181)



# Annäherung an das Thema

---

## Was bedeutet das für die Schule?

- Für die Schule ist die IQ-Definition schon allein deswegen unpassend, da keine flächendeckenden IQ-Tests durchgeführt werden.
- Im Gegensatz zu bestimmten Ländern (z.B. Israel) findet in Deutschland keine bewusste Selektion von Hochbegabten statt.
- Aus pädagogischer und didaktischer Perspektive lenkt die Renzulli-Definition die Aufmerksamkeit auch auf Teilespekte von Begabung wie z.B. Interesse.

# Annäherung an das Thema

## Wie zeigt sich mathematische Begabung?

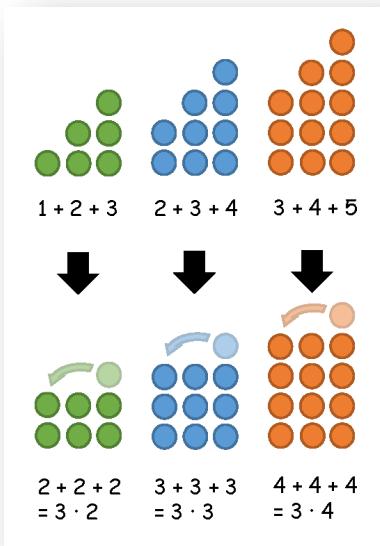
Betrachte die Summe dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen.  
Was fällt dir auf? Begründe/beweise deine Entdeckung.

- Wie lösen Lernende der sechsten Jgst. diese Problemstellung?
- Antizipieren Sie Herangehensweisen von talentierten Lernenden.

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema

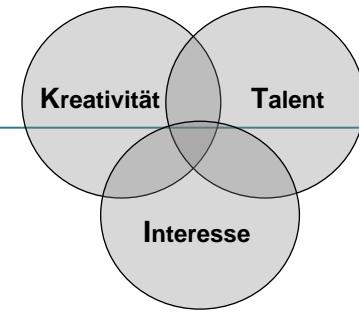
Wie zeigt sich mathematische Begabung?



**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema

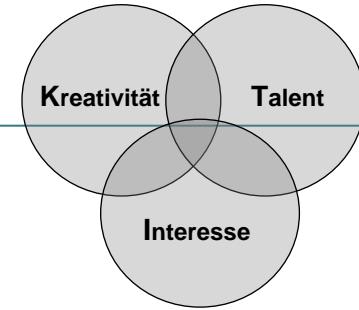


**Wie zeigt sich mathematische Begabung?**

**Talent**

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema



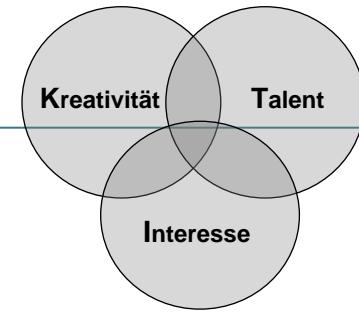
**Wie zeigt sich mathematische Begabung?**

**Talent**

**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema



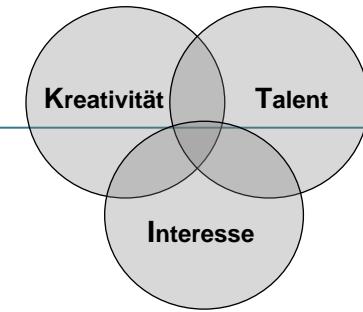
## Wie zeigt sich mathematische Begabung? – Talent

Fähigkeiten,

- mathematische Aufgaben **formalisiert wahrzunehmen** und die formale Struktur von Problemstellungen zu erfassen,
- in **mathematischen Symbolen** zu denken,
- mathematische Objekte, Beziehungen und Operationen schnell und weitreichend zu **generalisieren**,
- den mathematischen Begründungsprozess und die entsprechenden Operationen zu verkürzen und entsprechend in **verkürzten Strukturen** zu denken,
- **Gedankengänge** in ihrer Richtung **umzukehren** (d. h. die Denkrichtung zu ändern, und „rückwärts“ zu denken),
- mathematische **Beziehungen, Argumentations- und Beweisschemata, Heurismen und Vorgehensweisen generalisiert im Gedächtnis zu speichern** und abrufen zu können.

(Schindler & Rott, 2016)

# Annäherung an das Thema



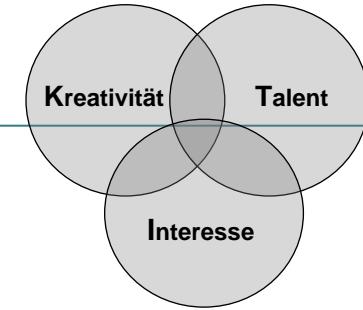
Wie zeigt sich mathematische Begabung?

Interesse

**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema



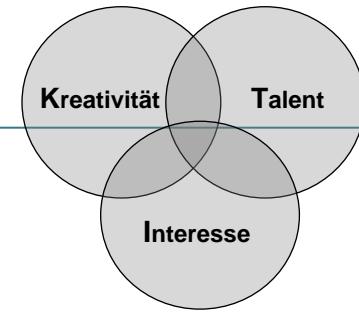
**Wie zeigt sich mathematische Begabung?**

**Interesse**

**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema

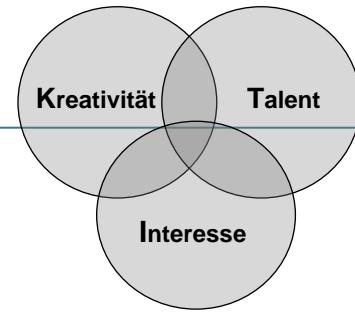


Wie zeigt sich mathematische  
Begabung?  
Interesse

**Aus rechtlichen Gründen können wir  
die Schülerbearbeitungen leider nicht  
zum Download bereitstellen.**

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema

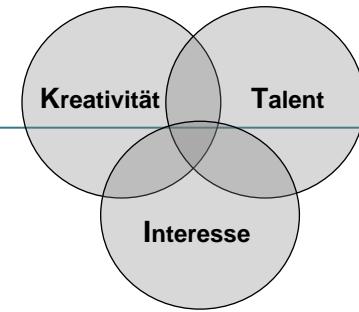


## Wie zeigt sich mathematische Begabung? – Interesse

- sich mit mathematischen Herausforderungen beschäftigen,
- Hingabe bei mathematisch anspruchsvollen Aufgaben,
- Bereitschaft, sich intensiv auf Probleme einzulassen,
- Arbeitsbereitschaft und Durchhaltevermögen bei anspruchsvollen mathematischen Aufgaben,
- das Streben nach Klarheit und Rationalität von Lösungen,
- Fähigkeit, sich in Aufgaben zu „verbeißen“ und
- das Streben nach tieferem Verständnis

(Schindler & Rott, 2016)

# Annäherung an das Thema



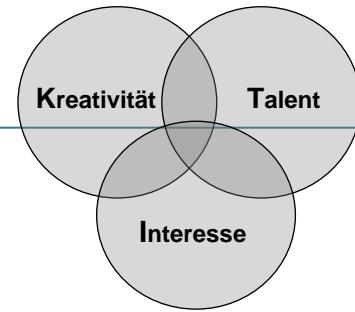
**Wie zeigt sich mathematische Begabung?**

**Kreativität**

**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

(vgl. Schindler, 2016)

# Annäherung an das Thema



## Wie zeigt sich mathematische Begabung? – Kreativität

Fähigkeiten,

- Mehrere Herangehensweisen zu finden und auszuprobieren,
- Dabei verschiedene Herangehensweisen zu wählen und entsprechend flexibel zu sein und
- Herangehensweisen zu wählen, die originell sind.

D.h. die Aufgabenbearbeitung ist

- Fluide
- Flexibel
- Originell

(Schindler & Rott, 2016)

# Gliederung

---

1. Input– Annäherung an das Thema mathematische Begabung
- 2. Diagnose mathematischer Begabungen**

---
3. Förderung mathematischer Begabungen

# Diagnose mathematischer Begabungen

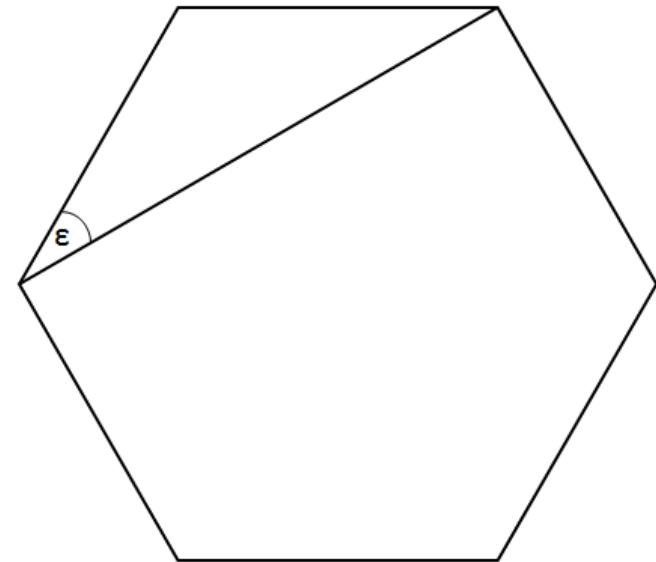
## Mathematische Kreativität – „Multiple Solution Tasks“

### Aufgabe:

Gegeben ist ein regelmäßiges Sechseck.

Wie groß ist der Winkel  $\varepsilon$ ?

Zur Erinnerung: In einem regelmäßigen Sechseck sind alle Seiten gleich lang und alle Innenwinkel gleich groß, nämlich  $120^\circ$ .



- Lösen Sie das Problem.  
Finden Sie noch andere Lösungswege?  
Geben Sie möglichst viele Lösungswege an.
- Finden Sie Anschlussfragen?  
Formulieren Sie möglichst viele Aufgaben mit Bezug zu dem Problem.

# Diagnose mathematischer Begabungen

## Mathematische Kreativität

**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

# Diagnose mathematischer Begabungen

## Mathematische Kreativität

**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

# Diagnose mathematischer Begabungen

## Mathematische Kreativität

Hannes, ein sehr kreativer Schüler (fluide, flexibel, originell)

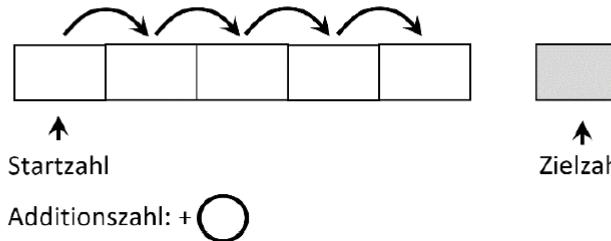
**Aus rechtlichen Gründen können wir  
die Schülerbearbeitungen leider nicht  
zum Download bereitstellen.**

# Diagnose mathematischer Begabungen

## Mathematisches Talent – mit Begründe- bzw. Beweisaufgaben

### Triff die 50!

- Wähle eine Startzahl, die du in das erste Feld schreibst.
- Wähle dann eine Additionszahl und schreib sie in den „Additionskreis“.
- Die Additionszahl wird zur Startzahl addiert und in das Feld rechts daneben geschrieben.
- Mache das immer so weiter, bis alle fünf weißen Felder ausgefüllt sind.
- Wenn alle weißen Felder ausgefüllt sind, werden die fünf Zahlen addiert. Die Summe ergibt die Zielzahl und wird im grauen Feld für die Zielzahl notiert.
- Kannst du die Startzahl und die Additionszahl so wählen, dass du als Zielzahl die 50 triffst?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Wahl der Startzahl und der Additionszahl? Warum?



- Bearbeiten Sie die Aufgabe.
- Antizipieren Sie, welche Herangehensweisen Lernende der Jgst. 6 wählen.

# Diagnose mathematischer Begabungen

## Mathematisches Talent

**Aus rechtlichen Gründen können wir die Schülerbearbeitungen leider nicht zum Download bereitstellen.**

(vgl. Schindler et al.,  
2015)

# Gliederung

---

1. Input– Annäherung an das Thema mathematische Begabung
  2. Diagnose mathematischer Begabungen
  - 3. Förderung mathematischer Begabungen**
-

# Förderung mathematischer Begabungen

- Äußere Differenzierung:
  - „Förderkurse“ bzw. „Besten- oder Begabtenförderung“ an Schulen
  - Enrichment-Projekte an externen Orten, z.B. Universitäten
- Innere Differenzierung:
  - Natürliche Differenzierung
  - Organisatorische Maßnahmen

# Förderkurse

Vier Beispiele für die Förderung interessierter Schüler:

Stufe	Kurs/Projekt	Art
Sek. I	MiKa!	In der Schule
Sek. I	MALU	Enrichment / Hochschule
Sek. II	Seminarfach	In der Schule
Sek. II	MBF <sub>2</sub>	Enrichment / Hochschule

# Förderkurse: MiKa!

- Schulentwicklungsprojekt an einem Gymnasium.
- Förderung für mathematisch interessierte / begabte Lernende in allen Jgst. der Sekundarstufe I
- Organisatorische und inhaltliche Planungen (z.B. Kriterien für Themenwahl)
- „Rahmencurriculum“ (z.B. Graphentheorie, Kryptographie)

(vgl. Schindler, Ernst & Hesse, 2015)

**Schüler lieben Mathematik**

Im Schülerlabor der RUB werden auch starke Schüler besonders gefördert

BOCHUM. Darren spielt zu seiner Freizeit Fußball. Julius schwimmt. Und beide lieben Mathematik. Die Siebtklässler bringen blitzschnell auf den Punkt, was ein Algorithmus ist und wie sie einen solchen im Alltag anwenden können. Zum Beispiel hilft er Fragen zum Thema Fußball mathematisch zu lösen.

Welche Strecke ist für einen Platzwurf beim Einzelnen am besten? Beim Einzelnen auf dem Fußballfeld am effektivsten, wie geht er möglichst wenige Strecken doppelt? Diese und weitere Fragenstellungen haben Darren, Julius und anderen Schülerinnen und Schülern des Witten-Albert-Martmöller-Gymnasiums am Montag beim Alfred-Krupp-Schüler-Labor der Ruhr-Universität (RUB) bearbeitet.

„Auch starke Schüler brauchen eine spezielle Förderung.“

Maike Schindler, die seitens der RUB begleitet, hatte 2012 die Idee, einen Projekttag für nur schwierige, sondern auch starke Schüler zu organisieren. „Nicht nur schwierige, sondern auch spezielle Förderung“, erklärt der Professurvertreterin am Lehrstuhl Didaktik der Mathematik der RUB.

Die Mädchen und Jungen werden an ihrer Schule durch das Projekt MiKa! Aufgaben

**Fähigkeiten einbringen**

Mit ihren Lehrern Eva Ernst und Jörn Hesse, Vorsitzende der Fachkonferenz Mathematik, sind sie nach Bochum gekommen. Ernst und Hesse engagieren sich außerhalb des Schullabors für die Förderung von Hochbegabten. Ihnen ist wichtig, dass die Begabten die Möglichkeit haben, ihre Fähigkeiten einzubringen.

Während sie den kürzesten Weg des Platzwurfs erarbeiteten, greiften sie auf ihre mathematischen Kenntnisse zurück, auf den Algorithmus zum Beispiel. „Ein Algorithmus ist eine Anleitung für etwas. Vorhergesagt“, erklärt Julius. Es begeistert ihn, dass man Mathematik im Alltag so gut anwenden kann.

Vanessa Dumke

● **Schülerlabor an der RUB**

Im Alfred-Krupp-Schülerlabor erhalten interessierte Schüler Einblicke in die universitäre Forschung. Sie können in den Ferien auch mehrere

# Förderkurse: MALU

- Fünftklässler, die einmal pro Woche nachmittags für 1,5 h in die Uni Hannover kamen.
- Aufgrund der hohen Nachfrage vorher Tests in Schulen, Auswahl bewusst so, dass nicht nur ganz starke teilnehmen durften.
- Hauptsächlich Arbeit an Problemen (in Paaren), gemeinsame Einstiege und Ausklang, Zusatzaktivitäten wie Uni-Rallye, Imaginary, ...



# Förderkurse: Projektkurs im Seminarfach

- Je nach Bundesland: Seminarfach, Seminarkurs, Projektkurs, Wissenschaftspropädeutisches Seminar, ...
- Arbeit losgelöst vom Curriculum der Fächer, Schreiben der Facharbeit in diesem Kurs; i.d.R. zwei Stunden pro Woche.
- Halbjahr aufgeteilt in zwei inhaltliche Bereiche: Codierung und Kryptographie
- Jeder Bereich beginnt mit einer „Vorlesung“ des Lehrers, dann arbeiten die Schüler individuell, abschließend werden die Projekte präsentiert.
- Die Themen für die individuelle Arbeit konnten die Schüler – nach Vorschlägen von und Absprache mit der Lehrkraft – selbst wählen.

(vgl. Stoppel & Rott, 2016)

# Förderkurse: MBF<sub>2</sub>



- Schüler der Sekundarstufe II kommen alle zwei Wochennachmittags für 2 h in die Universität in Essen.
- Teilnahme steht allen interessierten Schülern offen.
- Arbeit an mathematischen Fragestellungen und Problemen bewusst abseits des Schulstoffs (Graphentheorie, Kryptographie, nicht-euklidische Geometrie)

**Mathe – weil's Spaß macht**

Die Uni richtet sich mit einem neuen Nachmittags-Kursangebot an Oberstufenschüler, die ein besonderes Interesse an Mathematik haben

Von Martin Spießer

Sie wollen es nicht als „Eliteforderung“ verstehen wissen, und mit Nachhilfe hat das Ganze erst recht nichts zu tun: Junge Mathe-Forscher der Uni Duisburg-Essen starten einen nachmittäglichen Mathe-Treff für Oberstufenschüler aus dem Stadtgebiet. „Wir suchen nicht besonders gute Schüler, sondern einfach jene, die ein besonderes Interesse an mathematischen Problemstellungen haben“, sagt Benjamin Rott, Mathe-Junior-Professor an der Hochschule. Willkommen sind ausdrücklich nicht nur Schüler, die Mathe-Leistungskurse belegt haben, sondern auch jene mit Grundkurs. Beim Mathe-Treff soll tatsächlich eines im Vordergrund stehen: „Spaß“, sagt Rott.

Über Aufgaben zu grubeln länger als nötig, besonders elegante Lösungswege zu finden oder größere Zusammenhänge zu erforschen – dafür bleibe im regulären Mathe-Unterricht oft zu wenig Zeit. Projektleiterin Maike Schindler ist überzeugt: „Besonders kreative Schüler kommen im obligatorischen Unterricht nicht selten zu kurz.“ Die Aufgaben, die in einem Kurs-

raum in der Fakultät für Mathematik alle zwei Wochen geknackt werden sollen, sind so allgemein gehalten, dass Schüler unterschiedlicher Jahrgänge problemlos zusammenarbeiten können, sagt Schindler. Was die Teilnehmer mitnehmen können: „Die Mathematik, die an der Uni vermittelt wird, ist wesentlich freier als die Schulmathematik“, sagt Benjamin Rott. „Das könnte interessierte Schüler schon heute bei uns erleben.“ Maike Schindler ist es außerdem wichtig, dass Mädchen und junge Frauen im „Mathe-Treff“ ein Forum finden: „Sie sind in Mathematik genauso begabt wie Jungen.“ Die Aufgaben, um die es geht, beschäftigen sich zum Beispiel mit kniffligen Flächenberechnungen, oder es geht um Kryptographie – Verschlüsselungstechniken. Dahinter steht das System der Primzahlen. „Für interessierte Schüler“ – Mitarbeiterin Julia Jokischke, „sind das sehr reizvolle Herausforderungen.“

Während der Treffs wollen die Forscher die jungen Teilnehmer besonders beobachten. Hinter dem „Mathe-Treff“ steckt das Forschungsprojekt „MBF<sup>2</sup>\“, das ermittel will, wie interessierte Oberstufenschüler an mathematische Probleme herangehen.

Damit geschlossen werden soll eine echte Forschungslücke. Gut beleuchtet, sagen die Protagonisten, sei das Forschungsfeld der Problemschüler. Entsprechend gebe es viele Fördermaßnahmen. „Doch für die interessierten Schüler“, sagt Benjamin Rott, „wird wenig getan.“

Start ist am 27. August 2015

■ Der Mathe-Treff startet am Donnerstag, 27. August, 17 bis 19 Uhr, und findet alle zwei Wochen am Donnerstag statt.

■ Anmeldung auf der Homepage [www.mbf2.de](http://www.mbf2.de). Vor der ersten Veranstaltung findet ein Info-Abend für Eltern und Schüler statt. Die Mathe-Fakultät sitzt im Weststadt-Carré, Alendorfer Straße, Eingang Thea-Leymann-Straße 9.



Wie berechnet man

(vgl. Schindler & Rott, 2016)

# Möglichkeiten der Binnendifferenzierung

---

**Sammeln Sie Möglichkeiten für innere Differenzierung.**

# Möglichkeiten der Binnendifferenzierung

## Differenzierung durch Aufgabenvariation bzw. „Problem Posing“

Variante a) – als „Zusatzaufgabe für Schnelle“

- Die schnellen Schüler werden nicht durch weitere Aufgaben aus dem Rechenpäckchen „bestraft“, sondern können sich mit selbstgewählten (spannenden) Fragen auseinandersetzen, ohne im Unterrichtsstoff noch weiter voranzupreschen.
- Die Lehrkraft kann hierzu individuell Rückmeldungen geben und/oder gute Ideen präsentieren lassen.

(vgl. Schupp, 2002)

# Möglichkeiten der Binnendifferenzierung

## Differenzierung durch Aufgabenvariation bzw. „Problem Posing“

### Variante b) – „Problem Posing für alle“

- Beginnen mit einer Aufgabe zum Einstieg, die von den SchülerInnen auf möglichst verschiedene Weisen gelöst werden soll.
- Der Lehrer fordert auf, die Aufgabe zu variieren.
- Vorschläge zur Variation werden unkommentiert gesammelt; anschließend werden sie geordnet, strukturiert und bewertet: Was ist unsinnig? Was ist zu leicht oder zu schwierig? Was machen wir zuerst?
- Die neuen Aufgaben – oder ein Teil davon – wird gelöst und präsentiert. Eventuell kommt es in diesem Prozess auch zu weiteren Ideen für Aufgabenvariationen, die natürlich ebenfalls vorgestellt werden können.
- Starke Schüler können entsprechend schwierigere Aufgaben auswählen.
- Schließlich sollte ein Gesamtergebnis dargestellt und der komplette Prozess reflektiert werden. Variieren ist kein Selbstzweck, es sollte in einer Rückschau darauf geachtet werden, welche Ergebnisse erzielt wurden.

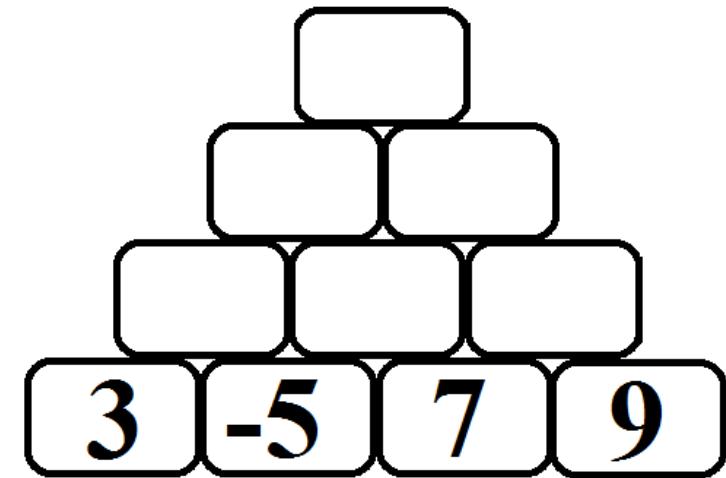
(vgl. Schupp, 2002)

# Möglichkeiten der Binnendifferenzierung

## Differenzierung durch Aufgabenvariation bzw. „Problem Posing“

Variante b) – „Problem Posing für alle“

- *Was wäre wenn?* – Versuche, jeden Begriff (jedes Wort) der Aufgabenstellung sinnvoll zu ändern.
- *Wackeln* – Ändere die Aufgabenstellung geringfügig, indem Du zum Beispiel eine Zahl austauschst.
- *Verallgemeinern* – Lasse eine Bedingung weg, betrachte beispielsweise beliebige Dreiecke anstelle von gleichseitigen.
- *Spezialisieren* – Füge Bedingungen hinzu, betrachte zum Beispiel Stammbrüche anstelle von allgemeinen Brüchen.
- *Kontext ändern* – Wechsle den Zahlraum (rationale statt ganzer Zahlen) oder die Dimension (Geraden statt Punkte, Betrachtung des Raums anstelle der Ebene).



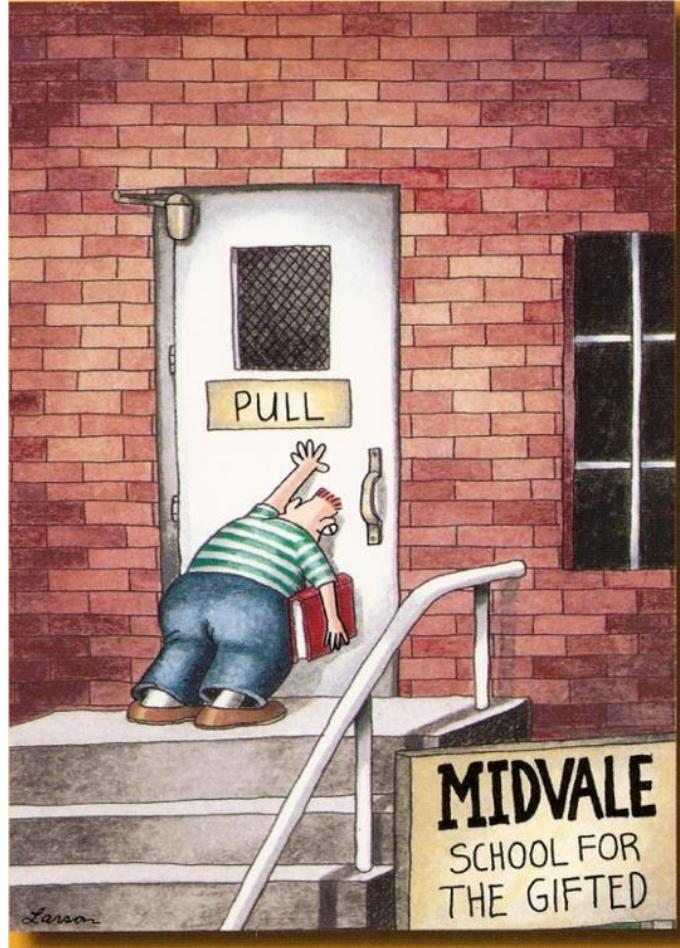
(vgl. Schupp, 2002)

# Möglichkeiten der Binnendifferenzierung

## Begründe- bzw. Beweisaufgaben: Ich-Du-Wir

- Ich-Phase:
  - Ideen überblicken und geeignete Impulse
  - Herangehensweisen antizipieren
  - Tipp-Karten für schwächere Lernende
- Du-Phase:
  - Herausforderung Anforderungsniveau
  - Gruppenarbeit ritualisieren und mit Regeln arbeiten
  - Ggf. leistungshomogene Gruppen bilden
- Wir-Phase:
  - Besprechen von häufigen und von originellen Ansätzen
  - Unterstützung geben
  - Zeichnungen ergänzen (Darstellungsebene wechseln)

(vgl. Schindler, 2016)



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!  
Fragen und Diskussion?**

# Literatur zum Thema

---

- Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Reexamining a definition. *Phi Delta Kappan*, 60, 180 – 184.
- Rost, D. H. (2008). Hochbegabung – Fakten und Fiktion. *Gehirn und Geist* 2008(3), 44 – 50.
- Schindler, M., Ernst, E.-M. & Hesse, J.H. (2015). Mathematisch interessierte Köpfe anregen (MiKa!). Ein Konzept zur Begabtenförderung im Fach Mathematik für das Gymnasium. *MNU, der mathematisch und naturwissenschaftliche Unterricht*, 2015 (6).
- Schindler, M. (2016). Natürliche Differenzierung durch Begründen und Beweisen. Heterogenität mit Blick auf starke Schüler begegnen. *Mathematik lehren* H. 195.
- Schindler, M. & Rott, B. (2016). Kreativität, Interesse und Talente. Das KIT-Modell zum Erkennen mathematisch begabten Handelns im schulischen Kontext. *Mathematik lehren* H. 195.
- Schupp, H. (2002). Thema mit Variation. Franzbecker.
- Stoppel, H. & Rott, B. (2016). Projektideen mit polyalphabetischer Verschlüsselung. *Mathematik lehren* H. 195.

## Mathematische Kreativität beobachten – Mit Multiple Solution Tasks

### (1) Arbeitsauftrag:

Lösen Sie das folgende Problem.

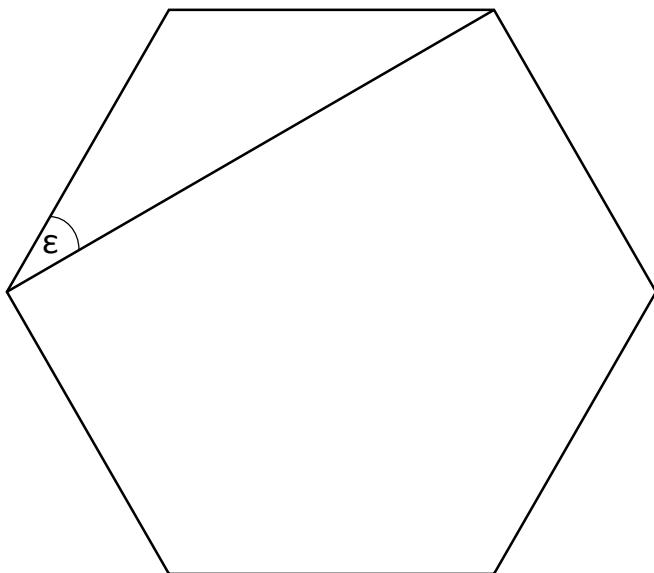
Finden Sie noch andere Lösungswege?

Geben Sie möglichst viele Lösungswege an.

### Aufgabe:

Gegeben ist ein regelmäßiges Sechseck. Wie groß ist der Winkel  $\varepsilon$ ?

Zur Erinnerung: In einem regelmäßigen Sechseck sind alle Seiten gleich lang und alle Innenwinkel gleich groß, nämlich  $120^\circ$ .



### (2) Arbeitsauftrag:

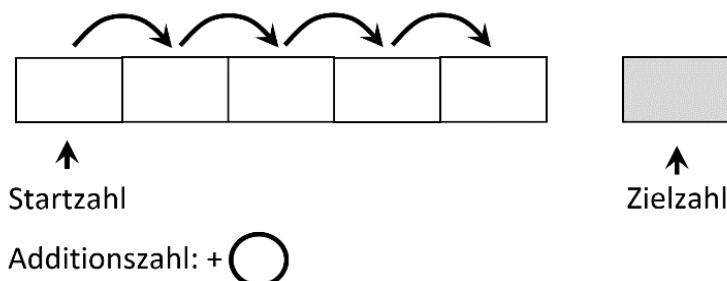
Finden Sie Anschlussfragen?

Formulieren Sie möglichst viele Probleme mit Bezug auf das Sechseck-Problem.

## Starke mathematische Fähigkeiten beobachten – Mit arithmetischen Problemstellungen

### Triff die 50!

- Wähle eine Startzahl, die du in das erste Feld schreibst.
- Wähle dann eine Additionszahl und schreib sie in den „Additionskreis“.
- Die Additionszahl wird zur Startzahl addiert und in das Feld rechts daneben geschrieben.
- Mache das immer so weiter, bis alle fünf weißen Felder ausgefüllt sind.
- Wenn alle weißen Felder ausgefüllt sind, werden die fünf Zahlen addiert. Die Summe ergibt die Zielzahl und wird im grauen Feld für die Zielzahl notiert.
- Kannst du die Startzahl und die Additionszahl so wählen, dass du als Zielzahl die 50 triffst?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Wahl der Startzahl und der Additionszahl? Warum?



„Triff die 50!“

Vgl. Schindler, M., Ernst, E.-M. & Hesse, J.H. (2015). Mathematisch interessierte Köpfe anregen (MiKa!). Ein Konzept zur Begabtenförderung im Fach Mathematik für das Gymnasium. *MNU, der mathematisch und naturwissenschaftliche Unterricht*, 2015 (6).

Aufgabenstellung entspringt: Scherer, P. & Steinbring, H. (2004). Zahlen geschickt addieren. In: G. N. Müller, H. Steinbring, & E.C. Wittmann (Hg.): *Arithmetik als Prozess*. Seelze: Kallmeyer, 55-69.

Die Aufgabe stammt aus dem Projekt:  
Mathematisch interessierte Köpfe anregen (MiKa!).  
Projektleitung: Maike Schindler

### Bereiche mathematisch begabten Handelns – Orientierungshilfe für eine angemessene Diagnose und Förderung in den Sekundarstufen

Bei der Diagnostik und Förderung mathematisch starken bzw. außergewöhnlichen Handelns können im Mathematikunterricht u.a. drei Bereiche in Betracht gezogen werden: Mathematische Kreativität, besonderes Interesse sowie Talent i.S. überdurchschnittlicher Fähigkeiten. Diese sind im KIT-Modell mathematisch begabten Handelns dargestellt (Abb. 1, Schindler & Rott, 2016), welches mit seinen drei Bereichen als Orientierung für eine didaktisch sinnvolle Diagnostik und Förderung mathematisch begabten Handelns dienen kann.

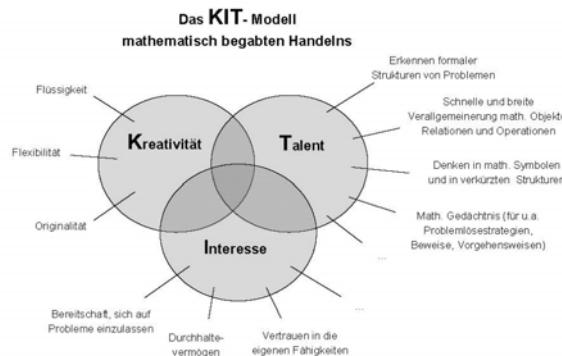


Abb. 1 Das KIT-Modell mathematisch begabten Handelns

Die drei Bereiche können wie folgt operationalisiert werden:

#### Kreativität als Fähigkeit,

- mehrere Herangehensweisen zu finden und auszuprobieren (Flüssigkeit),
- dabei verschiedene Herangehensweisen zu wählen (Flexibilität) und
- solche Herangehensweisen zu wählen, die außergewöhnlich sind (Originalität).

#### Interesse als Fähigkeit,

- sich ausdauernd mathematischen Herausforderung beschäftigen,
- Hingabe bei mathematisch anspruchsvollen Aufgaben zu zeigen,
- sich intensiv auf Probleme einzulassen,
- Arbeitsbereitschaft und Durchhaltevermögen bei anspruchsvollen Aufgaben zu zeigen,
- nach Klarheit und Rationalität von Lösungen zu streben,
- sich in Aufgaben zu „verbeißen“ und
- nach tieferem Verständnis zu streben.

#### Talent als Fähigkeit,

- mathematische Aufgaben formalisiert wahrzunehmen und die formale Struktur zu erfassen,
- in mathematischen Symbolen zu denken,
- Objekte, Beziehungen und Operationen schnell und weitreichend zu generalisieren,
- den mathematischen Begründungsprozess und die entsprechenden Operationen zu verkürzen und entsprechend in verkürzten Strukturen zu denken,
- Gedankengänge in ihrer Richtung umzukehren (d. h. „rückwärts“ zu denken),
- mathematische Beziehungen, Argumentations- und Beweisschemata, Heurismen und Vorgehensweisen generalisiert im Gedächtnis zu speichern und abrufen zu können.

### Bereiche mathematisch begabten Handelns – Orientierungshilfe für eine angemessene Diagnose und Förderung in den Sekundarstufen

Bei der Diagnostik und Förderung mathematisch starken bzw. außergewöhnlichen Handelns können im Mathematikunterricht u.a. drei Bereiche in Betracht gezogen werden: Mathematische Kreativität, besonderes Interesse sowie Talent i.S. überdurchschnittlicher Fähigkeiten. Diese sind im KIT-Modell mathematisch begabten Handelns dargestellt (Abb. 1, Schindler & Rott, 2016), welches mit seinen drei Bereichen als Orientierung für eine didaktisch sinnvolle Diagnostik und Förderung mathematisch begabten Handelns dienen kann.

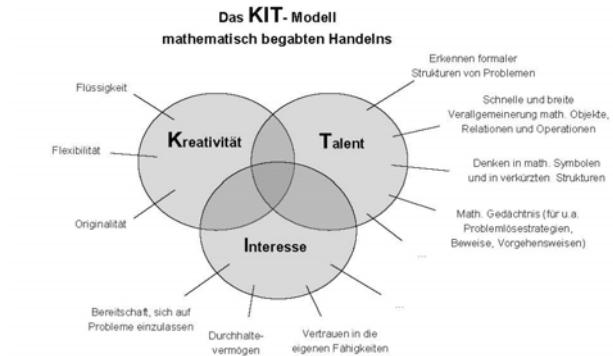


Abb. 1 Das KIT-Modell mathematisch begabten Handelns

Die drei Bereiche können wie folgt operationalisiert werden:

#### Kreativität als Fähigkeit,

- mehrere Herangehensweisen zu finden und auszuprobieren (Flüssigkeit),
- dabei verschiedene Herangehensweisen zu wählen (Flexibilität) und
- solche Herangehensweisen zu wählen, die außergewöhnlich sind (Originalität).

#### Interesse als Fähigkeit,

- sich ausdauernd mathematischen Herausforderung beschäftigen,
- Hingabe bei mathematisch anspruchsvollen Aufgaben zu zeigen,
- sich intensiv auf Probleme einzulassen,
- Arbeitsbereitschaft und Durchhaltevermögen bei anspruchsvollen Aufgaben zu zeigen,
- nach Klarheit und Rationalität von Lösungen zu streben,
- sich in Aufgaben zu „verbeißen“ und
- nach tieferem Verständnis zu streben.

#### Talent als Fähigkeit,

- mathematische Aufgaben formalisiert wahrzunehmen und die formale Struktur zu erfassen,
- in mathematischen Symbolen zu denken,
- Objekte, Beziehungen und Operationen schnell und weitreichend zu generalisieren,
- den mathematischen Begründungsprozess und die entsprechenden Operationen zu verkürzen und entsprechend in verkürzten Strukturen zu denken,
- Gedankengänge in ihrer Richtung umzukehren (d. h. „rückwärts“ zu denken),
- mathematische Beziehungen, Argumentations- und Beweisschemata, Heurismen und Vorgehensweisen generalisiert im Gedächtnis zu speichern und abrufen zu können.