

Modul „Einführung von Variablentermen“ Sekundarstufe I, für Fachfremde



Von Steffen Lünne und Frank Wiemann, erstellt im Projekt „Ffunt@OWL – Modul Algebra“
Projektleitung: Prof. Dr. Rolf Biehler

Möglicher Ablauf des Moduls

Diese detaillierte Aufstellung entspricht dem in der Praxis erprobten Modulablauf. Aufgrund des Aufbaus aus einzelnen Fortbildungsbausteinen sind auch andere Reihenfolgen/Fokussierungen denkbar.

Sandwich-Phasen



Baustein 0 | Einführung von Termen und Variablen: Was meine Schülerinnen und Schüler können sollen

Aufgaben und Erläuterungen zur Vorbereitung auf die Fortbildung



Baustein 1 | Was sollen sich Schülerinnen und Schüler unter einem Variablenterm vorstellen?

Entwicklung der Generalisierungsvorstellung bei den Teilnehmenden



Baustein 2 | Klassen 1–6: Wie werden Terme und Variablen vorbereitet?

Darstellung der Anbahnung der Grundvorstellung über Aufgaben zu Zahlenmustern und Zahlentermen



Baustein 3 | Klasse 7: Wie werden Terme und Variablen eingeführt?

Entwicklung von Unterrichtseinheiten zur Einführung von Variablentermen über die Generalisierung von Zahlentermen



Distanzphase

Ausprobieren der eigenen Unterrichtseinheit oder der Aufgaben für die Klassenstufen 5 und 6



Baustein 4 | Gemeinsame Reflexion: Einführung von Variablentermen in Klasse 7

Vorstellung und Reflexion der durchgeführten Unterrichtseinheiten

Zielgruppe und Ziele

- Fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen der Sekundarstufe I:
- erweitern ihr Repertoire an Kompetenzen und Wissen hinsichtlich Terme und Variablen,
 - kennen den didaktischen Hintergrund zu Termen und Variablen (Schwerpunkte: Generalisierung, Variablenaspekte und Aktivitäten von Termen),
 - kennen wichtige Aktivitäten und passende Aufgaben zur Vorbereitung des Themas Variablenterme,
 - kennen wichtige Aktivitäten und passende Aufgaben zur Einführung des Themas Variablenterme, setzen diese in eine Unterrichtsreihe um und reflektieren die Umsetzung,
 - reflektieren im Rahmen der Unterrichtsplanung über ihre Einstellungen zur Gestaltung von Mathematikunterricht.

Hintergrund

Fachfremd erteilter Mathematikunterricht ist aus verschiedenen Gründen (Bosse, 2017; Törner & Törner, 2012) an vielen Schulen und auch in der Sekundarstufe I Alltag. Fachfremd Mathematik Unterrichtende sind dabei keine homogene Gruppe (Bosse, 2017; Lünne & Biehler, 2018). Sie unterscheiden sich in ihrem Fachwissen und in ihrem fachdidaktischen Wissen, in ihrer Selbsteinschätzung dieses Wissens, in ihren Einstellungen zum Mathematikunterricht sowie in ihrer Motivation, Mathematik fachfremd zu unterrichten bzw. an einer Fortbildung teilzunehmen, weiterhin in ihrer Unterrichtserfahrung und über Schulformen sowie den Klassenstufen, in denen sie eingesetzt sind (Bosse, 2017; Lünne & Biehler, 2018). Das hier vorgestellte Fortbildungsmodul adaptiert die vier Schritte – Vorbereitung, Lernen von Schulmathematik, Betrachten von Schulmathematik von einem fachmathematisch und fachdidaktisch höheren Standpunkt, Lehren von Schulmathematik (Lünne & Biehler, 2018) – zur Gestaltung der Zertifikatskurse für fachfremd Mathematik Unterrichtende im Regierungsbezirk Detmold (Nordrhein-Westfalen) in den einzelnen Bausteinen, um diese Problemlage zu adressieren.

In seiner Typisierung von fachfremd Mathematik unterrichtenden Lehrpersonen beschreibt Bosse (2017) für mehrere der vorgestellten Typen, dass eine Tendenz im fachfremd erteilten Unterricht vorliegt, Schemata und Verfahren einzuüben. Das hier vorgestellte Fortbildungsmodul stellt einer bei den Teilnehmenden möglicherweise verkürzten Zielsetzung des Algebraunterrichts weitere Zielsetzungen (vgl. Arcavi, Drijvers, & Stacey, 2017, S 2f.) gegenüber, wobei der Schwerpunkt in diesem Fortbildungsmodul auf dem Generalisieren bzw. Verallgemeinern (vgl. Arcavi et al., 2017; Fischer, Hefendehl-Hebeker, & Prediger, 2010) liegt. Variablen werden als Repräsentation einer Vielzahl von Zahlen eingeführt, um diese Vielzahl in einem Objekt zu fassen und damit ein Muster oder eine Beziehung zu beschreiben (Arcavi et al., 2017, S. 3). Eine Umsetzung im Mathematikunterricht zum Einstieg in das Thema Variablenterme wird zum Beispiel von Prediger and Marxer (2014) beschrieben.

Das hier vorgestellte Fortbildungsmodul setzt sich zum Ziel, die Einstellungen der Teilnehmenden zum Algebraunterricht zu beeinflussen. Grundlage dafür ist die eigenständige Arbeit der Teilnehmenden und die gemeinsame Reflexion bzw. Diskussion der Ergebnisse. Im Rahmen dieses Fortbildungsmoduls (Bausteine 2 und 3) erhalten die Teilnehmenden dazu Gelegenheiten, Lernumgebungen zu Termen und Variablen in der Fortbildung quasi als Schülerin oder Schüler auszuprobieren, darüber in der Fortbildung zu reflektieren und für die eigene Lerngruppe umzugestalten. Die ausprobierten und in der gemeinsamen Diskussion veränderten Lernumgebungen sollen als gewinnbringende Alternative zum bisherigen Handeln wahrgenommen werden (vgl. Reusser, Pauli, & Elmer, 2011).

Grundidee des Moduls

Der zentrale Gedanke dieses Moduls ist, dass die fachfremd Mathematik Unterrichtenden das Generalisieren als ein Ziel des Algebraunterrichts kennenlernen und es mit Beispielaufgaben zur Einführung von Termen und Variablen in Klasse 7, aber auch mit Aufgaben aus anderen Jahrgangsstufen der Sekundarstufe I verbinden können. Die verschiedenen Bausteine adressieren dabei spezifische Probleme, die in der heterogenen Gruppe der Fachfremden verstärkt auftreten können.

Die Teilnehmenden sollen dazu durch das Generalisieren von Zahlentermen in Aufgaben aus Unterrichtsmaterial zu Variablentermen Variablenaspekte und Aktivitäten mit Termen kennenlernen und so eigene Vorstellungen dieser Begriffe aufbauen, erweitern oder festigen (Baustein 1). Damit das gelingt, müssen diese Aufgaben ggf. von einigen Teilnehmenden intensiv vorbereitet werden (Baustein 0). Passende Leitfragen dazu sind, was sich die Schülerinnen und Schüler unter einem Term bzw. was sie sich unter einer Variablen vorstellen sollen. Dabei soll einerseits herausgearbeitet werden, dass Variablenterme strukturgleiche Zahlenterme mit zusammenfassen, andererseits, dass die Arbeit mit Termen und Variablen sehr facettenreich ist und deutlich mehr als die Termumformung umfasst. In einem zweiten Schritt (Baustein 2) soll dargestellt werden, welche Aktivitäten die von den Schülerinnen und Schülern aufzubauende Grundvorstellung vorbereiten können. Hierbei werden explizit die Klassenstufen adressiert, in denen Fachfremde in Mathematik primär eingesetzt werden. Der dritte Abschnitt (Baustein 3) widmet sich dann der Einführung von Variablentermen und damit dem Aufbau der zuvor erarbeiteten Grundvorstellung durch die Schülerinnen und Schüler. Auf Grundlage eines vorgegebenen Rahmens und dazu passenden Aufgabenbeispielen sollen die Teilnehmenden auf Basis ihres Unterrichtsmaterials eine Unterrichtssequenz für ihre Schulform entwickeln und vorstellen. Dabei bildet der vorgestellte Rahmen auch die Grundlage für die gemeinsame Reflexion. Planung und Reflexion können dabei die Einstellungen der Teilnehmenden zum Mathematikunterricht explizit werden lassen, sodass diese zum Gegenstand der Diskussion werden können. Dabei ist es insbesondere hilfreich, wenn die Teilnehmenden ausreichend Zeit in den ersten beiden Phasen hatten, die Beispielaufgaben selber auszuprobieren und ihren Wert dabei selbst zu erfahren.

Baustein 2 und Baustein 3 sind einander ähnlich, fokussieren aber unterschiedliche Jahrgänge. Je nach Zielgruppe der Fortbildung kann einer dieser Bausteine auch weggelassen werden.

Verfügbare Bausteine

- Baustein 0** **Einführung von Termen und Variablen – Was sollen meine Schülerinnen und Schüler können?**
 Das Vorwissen der Teilnehmenden ist heterogen. Baustein 0 bietet Aufgaben aus verschiedenen Klassenstufen zur Variablenvorbereitung und zur Einführung von Variablen mit Lösungen, Hilfen und Erklärungen, die zur individuellen Vorbereitung genutzt werden können.
- Baustein 1** **Was sollen sich Schülerinnen und Schüler unter einem Variablenterm vorstellen?**
 Baustein 1 dient der Entwicklung bzw. Festigung der Grundvorstellung, die die Teilnehmenden im Unterricht aufbauen sollen, bei den Teilnehmenden selbst. Dazu werden mit dem Fokus auf Generalisieren von Zahlentermen zu Variablentermen Variablenaspekte und wichtige Aktivitäten mit Termen anhand von Unterrichtsmaterial vorgestellt. In einer Blütenaufgabe sollen die Teilnehmenden diese Aspekte vertiefen. Das Ende dieses Teils bildet eine gemeinsame Reflexion, in der herausgestellt wird, dass Variablenterme strukturgleiche Zahlenterme zusammenfassen.
- Baustein 2** **Klassen 1–6: Wie werden Terme und Variablen vorbereitet?**
 Ziel des Bausteins 2 ist es, zu verdeutlichen, wie die in Baustein 1 erarbeitete Grundvorstellung in den Klasse 5 und 6 angebahnt wird. Damit werden insbesondere die Fachfremden adressiert, die nur in 5 und 6 unterrichten und auch nur diesen Bereich für relevant halten. Dazu werden geeignete Aufgaben mit passenden Zielsetzungen vorgestellt (vgl. Barzel, 2012; Prediger & Marxer, 2014). In einer Eigenarbeitsphase sollen die Teilnehmenden ihr mitgebrachtes Unterrichtsmaterial sichten und Beispielaufgaben für die Variablenvorbereitung finden bzw. bei Nichtvorhandensein passend ergänzen.

Baustein 3
Klasse 7: Wie werden Terme und Variablen eingeführt?

In Baustein 3 sollen die Teilnehmenden in schulformhomogenen Kleingruppen eine Unterrichtssequenz zur Einführung von Variablentermen mit ihrem Unterrichtsmaterial skizzieren. Eine mögliche Orientierung bietet dazu die Unterrichtssequenz der *mathewerkstatt 7* (Prediger & Marxer, 2014), die in kurzer Form mit Bezug auf die aufzubauenden Grundvorstellungen besprochen wird und als Orientierungsrahmen dient. Die Arbeitsergebnisse der Kleingruppen werden in Teilgruppen präsentiert und mit Hilfe eines vorgegebenen Rasters von den Teilnehmenden bewertet. Die Bewertung bietet dann eine Grundlage für eine abschließende Besprechung und ist Ausgangspunkt für die weitere Arbeit.

Baustein 4
Mögliche Ergänzung ohne Materialvorlage
Gemeinsame Reflexion: Einführung von Variablentermen in Klasse 7

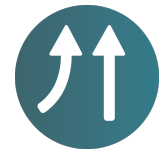
Ein Baustein 4, in dem die Teilnehmenden von der Durchführung ihrer geplanten Unterrichtsreihe berichten, stellt eine sinnvolle Ergänzung des hier vorgestellten Materials dar. Im Zertifikatskurs, der die Vorlage dieses Fortbildungsmoduls lieferte, ließ sich dieser Baustein aus organisatorischen Gründen nicht durchführen. Er bleibt deshalb ohne Materialvorlage.

Im Anschluss an die Durchführung im Unterricht stellen einige Teilnehmende ihre geplante Unterrichtssequenz und Beobachtungen aus der Durchführung vor. Die Beobachtung wurde dazu über einen Katalog mit möglichen Beobachtungsschwerpunkten (Aktivitäten mit Termen, Variablenaspekte) fokussiert. Aus der Vorstellung ergeben sich idealerweise Ideen für die weitere Arbeit an der geplanten Unterrichtssequenz, die zum Abschluss präsentiert werden.

Literatur

- Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2017). *The learning and teaching of algebra ideas, insights, and activities*. Abingdon, Oxon New York, NY: Routledge.
- Barzel, B. (2012). *Mathewerkstatt 5/6*, Handreichungen [...]. Berlin: Cornelsen.
- Bosse, M. (2017). *Mathematik fachfremd unterrichten. Zur Professionalität fachbezogener Lehrer-Identität*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Fischer, A., Hefendehl-Hebeker, L., & Prediger, S. (2010). Mehr als Umformen: Reichhaltige algebraische Denkhandlungen im Lernprozess sichtbar machen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 52(33), 1-7.
- Lünne, S., & Biehler, R. (2018). Ffunt@OWL – Ein Zertifikatskurs für fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer, & C. Selzer (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren. Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 339-360).
- Prediger, S., & Marxer, M. (2014). Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken. In T. Leuders, S. Prediger, B. Barzel, & S. Hußmann (Hrsg.), *Handreichungen zur Mathewerkstatt 7*. Dortmund, Freiburg: KOSIMA. Abgerufen von http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreichung_Modellieren.pdf.
- Reusser, K., Pauli, C., & Elmer, A. (2011). Berufsbezogene Überzeugungen von Lehrerinnen und Lehrern. In E. Terhart, H. Bennewitz, & M. Rothland (Hrsg.), *Handbuch der Forschung zum Lehrerberuf* (S. 478-495). Münster: Waxmann.
- Törner, G., & Törner, A. (2012). Underqualified Math Teachers or Out-of-Field-Teaching in Mathematics - A Neglectable Field of Action? In W. Blum, R. Borromeo Ferri, & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität. Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 196-206). Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.

Steckbrief zu Baustein 0: Einführung von Termen und Variablen – Was meine Schülerinnen und Schüler können sollen



Steffen Lünne und Frank Wiemann, erstellt im Projekt „Ffunt@OWL – Modul Algebra“
Projektleitung: Rolf Biehler

Grundidee des Bausteins

Mit Baustein 0 adressieren wir das Fachwissen der Teilnehmenden auf der Ebene des Schulstoffs (Krauss et al., 2008). Dazu stellen wir eine Auswahl an Aufgaben mit Lösungen und Lösungshinweisen zusammen, mit denen die Teilnehmenden vorab in Eigenarbeit ihr Fachwissen testen und auffrischen können. Der Schwerpunkt der Aufgaben liegt im Generalisieren von Zahlentermen mit gleicher Struktur zu einem Variablenterm. Angesprochen werden aber auch das Problemlösen mit Variablentermen und die Struktur von Termen. Mit Generalisieren und Problemlösen werden zwei wesentliche Aspekte der Algebra in der Sekundarstufe I thematisiert (vgl. Arcavi, Drijvers, & Stacey, 2017).

Zielgruppe und Ziele

Fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen der Sekundarstufe I:

- erweitern ihr Repertoire an Kompetenzen und Wissen hinsichtlich Terme und Variablen (Schwerpunkt dieses Bausteins),
- verbinden die Aufgaben mit wesentlichen Aspekten der Algebra in der Sekundarstufe I (vgl. Arcavi et al., 2017).

Hintergrund

Das Vorwissen fachfremd Mathematik Unterrichtender ist heterogen (Bosse, 2017; Lünne & Biehler, 2018). Nicht alle Teilnehmenden haben die fachlichen Kompetenzen, die sie in ihrem Mathematikunterricht thematisieren sollen. Die eigene Einschätzung des Fachwissens durch Fachfremde ist heterogen und schwankt zwischen „defizitär“ bis „Experte für die unterrichteten Klassenstufen dank langjähriger Erfahrung“ (vgl. Bosse, 2017). Dieser Baustein knüpft daran an, indem er den Teilnehmenden indirekt die Frage stellt, ob sie eigentlich selbst die Aufgaben lösen können, die ihre Schülerinnen und Schüler in den Klassenstufen 5 bis 7 lösen sollten.

Inhaltlich konzentriert sich der Baustein auf einfache Verfahren zum Aufstellen von Variablentermen (Generalisieren), auf Termstrukturen mit Hilfe von Termbäumen und auf das Problemlösen. Damit werden zwei wichtige Ziele des Algebraunterrichts in der Sekundarstufe I angesprochen: das Ausdrücken von Verallgemeinerung (Generalisieren) und das Problemlösen (vgl. Arcavi et al., 2017).

Struktur und Kernaktivitäten

Das Material wird zur eigenständigen Vorbereitung mindestens drei Wochen vor der Fortbildung zur Verfügung gestellt. Es umfasst ein Aufgabenblatt mit Aufgaben zu verschiedenen Themen und die zugehörigen Lösungen mit längeren Erläuterungen zu jeder einzelnen Aufgabe. Angesprochen werden folgende Themen: Modellieren mit Zahlen- und Variablentermen, Aufstellen von Variablentermen aus einer Wertetabelle oder einer Folge von Mustern und Problemlösen mit Hilfe von Variablentermen ohne Termumformung. Die gewählten Aufgaben wurden an Aufgaben aus Schulbüchern der Klassenstufen 5–7 angelehnt. Sind die Schulbücher der Teilnehmenden bekannt, ist es gut, passende Aufgaben aus diesen Büchern zu ergänzen.

Verfügbares Material

1. AB_BSO_1
2. AB_BSO_1lsg

Außerdem notwendig:

- Moodlekurs (oder Vergleichbares) zum Download des Materials und als Kontaktplattform für Nachfragen

Beispiel mögliche Zeitstruktur für einen 3 Stunden-Block

Zeit	Phase/Aktivität	Sozialform	Material/Medien
Mind. zwei Wochen vor Baustein 1	M: Einrichtung des moodle-Kurses, Willkommensschreiben mit Informationen zum Ablauf der Fortbildung an Teilnehmende und Ausgabe des Arbeitsblattes über moodle-Kurs	EA zu Hause	moodle-Kurs Arbeitsblatt AB_BS0_1
Zeitraum zwischen Materialausgabe und Fortbildungsbeginn	M: für Teilnehmende über moodle-Kurs ansprechbar für Nachfragen und Hilfestellung TN: nutzen die Zeit zur eigenständigen Vorbereitung mit Hilfe des Materials	EA zu Hause	moodle-Kurs Arbeitsblatt AB_BS0_1
Wenige Tage vor Baustein 1	M: Erinnerung an Teilnehmende und Ausgabe der Lösung über moodle-Kurs TN: Kontrolle der eigenen Bearbeitung mit Hilfe der ausgegebenen Lösung	EA zu Hause	moodle-Kurs Arbeitsblatt AB_BS0_1 AB_BS0_1Lsg

Quelle und Nutzungsrechte



Dieser Baustein wurde entwickelt im Projekt „Ffunt@OWL“ des DZLM und der Bezirksregierung Detmold zur Entwicklung von Materialien für die Zertifikatskurse Mathematik Sekundarstufe I und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden. Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können, soweit nicht anders gekennzeichnet, für Zwecke der Aus- und Fortbildung genutzt und verändert werden, wenn die Quellenhinweise mit DZLM, Projektname und Autorinnen und Autoren aufgeführt bleiben sowie das bearbeitete Material unter der gleichen Lizenz weitergegeben wird (<https://creativecommons.org/licenses/>).

Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. Zusatzmaterialien.

Literaturbezug

Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2017). *The learning and teaching of algebra ideas, insights, and activities*. Abingdon, Oxon New York, NY: Routledge.

Bosse, M. (2017). *Mathematik fachfremd unterrichten. Zur Professionalität fachbezogener Lehrer-Identität*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M., Kunter, M., & Jordan, A. (2008). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik* 29(3/4), 223-258.

Lünne, S., & Biehler, R. (2018). Ffunt@OWL – Ein Zertifikatskurs für fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer, & C. Selzer (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren. Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 339-360).

Prediger, S., Barzel, B., Hußmann, S., & Leuders, T. (2014). *Mathewerkstatt 7, Schulbuch [...]* (1. Aufl.). Berlin: Cornelsen.

Steckbrief zu Baustein 1: Was sollen sich Schülerinnen und Schüler unter einem Variablerterm vorstellen?



Von Steffen Lünne und Frank Wiemann, erstellt im Projekt „Ffunt@OWL – Modul Algebra“
Projektleitung: Rolf Biehler

Grundidee des Bausteins

Baustein 1 dient der Entwicklung bzw. Festigung der Grundvorstellung des Generalisierens von Zahlentermen zu Variablertermen, die die Teilnehmenden im Unterricht aufbauen sollen, bei den Teilnehmenden selbst. Dazu werden mit dem Fokus auf Generalisieren von Zahlentermen zu Variablertermen, Variablenaspekte und wichtige Aktivitäten mit Termen anhand von Unterrichtsmaterial vorgestellt. Die Teilnehmenden sollen ähnliche Aktivitäten selbst ausprobieren und ggf. erfinden und den genannten Aktivitäten zuordnen. Das Ende dieses Teils bildet eine gemeinsame Reflexion, in der herausgestellt wird, dass Variablerterme strukturgleiche Zahlenterme zusammenfassen.

Zielgruppe und Ziele

- Fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen der Sekundarstufe I:
- erweitern ihr Repertoire an Kompetenzen und Wissen hinsichtlich Terme und Variablen (Schwerpunkt dieses Bausteins),
 - kennen den didaktischen Hintergrund zu Termen und Variablen (Schwerpunkte: Generalisierung, Variablenaspekte und Aktivitäten von Termen),
 - kennen wichtige Ziele des Themenfeldes Algebra in der Sekundarstufe I und passende Aktivitäten zur Vorbereitung des Themas Variablerterme.

Hintergrund

Das Vorwissen fachfremd Mathematik Unterrichtender ist heterogen (Bosse, 2017; Lünne & Biehler, 2018). Nicht alle Teilnehmenden haben dabei die fachlichen Kompetenzen, die ihre Schülerinnen und Schüler in ihrem Unterricht eigentlich erwerben sollen. Die eigene Einschätzung des Fachwissens durch Fachfremde ist heterogen und schwankt zwischen „defizitär“ bis „Experte für die unterrichteten Klassenstufen dank langjähriger Erfahrung“ (Bosse, 2017). Zudem ist zu erwarten, dass fachfremd erteilter Mathematikunterricht sich häufig auf Rechenverfahren konzentriert (Bosse, 2017). Im Bereich der Algebra ist somit mit einer Konzentration auf Termumformung und Lösen von Gleichungen zu rechnen, sodass andere Ziele des Algebraunterrichts (vgl. Arcavi, Drijvers, & Stacey, 2017) unberücksichtigt bleiben. Dieser Baustein greift die Aufgaben aus der Vorbereitung (Baustein 0) auf und verbindet sie mit zwei wichtigen Zielsetzungen des Algebraunterrichts der Sekundarstufe I, dem Ausdrücken von Verallgemeinerung (Generalisierung) und dem Problemlösen (vgl. Arcavi et al., 2017), wobei der Schwerpunkt auf den Aspekt des Generalisierens gelegt wird.

Struktur und Kernaktivitäten

- Der Baustein ist in drei Phasen eingeteilt:
- eine Einleitung über Aufgabenbeispiele (vgl. Prediger & Marxer, 2014), an denen, ausgehend von einer Definition von Zahlentermen, die Generalisierung von Zahlentermen zu Variablertermen gezeigt wird und anschließend verschiedene Aktivitäten von Termen dargestellt werden,
 - eine über eine Blütenaufgabe (Bruder, Linneweber-Lammerskitten, & Reibold, 2015) differenzierende Übungsphase, in denen die Teilnehmenden vorgegebene Aktivitäten (ähnlich zur Einleitung) selber ausprobieren oder gar erfinden und den genannten Aktivitäten zuordnen und
 - eine Reflexionsphase, welche die Generalisierung von Zahlentermen zu Variablertermen als wichtigstes Ziel der Einführung herausstellt.

Verfügbares Material

1. Präsentation mit Moderationshinweisen und Präsentationsnotizen für Teilnehmende: P_BS1
2. Blütenaufgabe: AB_BS1_1
3. Moderationshinweise zur Blütenaufgabe: AB_BS1_1mod

Außerdem notwendig: Dokumentenkamera, Laptop, Beamer, evtl. Presenter, Edding-Stifte, Moderationskarten, Schulbücher der Klassen 5–7 der Teilnehmenden, *mathewerkstatt 7*, *Neue Wege 7*

Beispiel mögliche Zeitstruktur für einen 3 Stunden-Block

Zeit	Phase/Aktivität	Sozialform	Material/Medien
10 min	M: Begrüßung und Überblick über den Fortbildungsablauf	Input	Präsentation P_BS1
15 min	M & TN: Kartenabfrage zum Vorwissen der TN zur Frage „Was sollen sich SuS unter einem Variablenterm vorstellen?“; anschließend oberflächliche Besprechung (Verständnisprobleme und Nachfragen) [Aufgriff der Kartenabfrage wieder in Reflexion (s.u.)]	Plenum	Präsentation P_BS1, Stifte, Karten & Klebe-/Steckfläche für Kartenabfrage
45 min	M: Input zum Vorstellen wesentlicher Ziele des Algebraunterrichts an Beispielaktivitäten mit Blick auf Terme und Variablen TN: lernen wichtige Aktivitäten und zu erwerbende Vorstellungen im Algebraunterricht der Sekundarstufe I an Beispielen kennen, die wiederum Grundlage für die folgende Arbeitsphase sind.	Input	Präsentation P_BS1
60–75 min	TN: Eigenarbeit zu weiteren Beispielaktivitäten zu Variablentermen; die TN sollen Aufgaben durchdenken und sie begründet wichtigen Zielsetzungen und Vorstellungen des Algebraunterrichts zuordnen. Die Arbeitsergebnisse werden von den TN dem Plenum vorgestellt. M: individuelle Unterstützung der Eigenarbeit der TN	EA bzw. GA nach Wunsch der TN	Präsentation P_BS1, AB_BS1, AB_BS1mod
30–45 min	M: Einleitung der Reflexion unter Bezug auf die Kartenabfrage TN: clustern die alten Antworten unter Rückgriff auf die erworbenen Begriffe, schreiben ggf. neue Karten, formulieren gemeinsam ein Ergebnis zur Leitfrage „Was sollen sich SuS unter einem Variablenterm vorstellen?“ M: Moderation der Diskussion, Sicherung des Ergebnisses und der geclusterten Kartenabfrage für die Fortsetzung	Plenum	Präsentation P_BS1, Stifte, Karten & Klebe-/Steckfläche für Kartenabfrage

Quelle und Nutzungsrechte



Dieser Baustein wurde entwickelt im Projekt „Ffunt@OWL“ des DZLM und der Bezirksregierung Detmold zur Entwicklung von Materialien für die Zertifikatskurse Mathematik Sekundarstufe I und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden. Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können, soweit nicht anders gekennzeichnet, für Zwecke der Aus- und Fortbildung genutzt und verändert werden, wenn die Quellenhinweise mit DZLM, Projektname und Autorinnen und Autoren aufgeführt bleiben sowie das bearbeitete Material unter der gleichen Lizenz weitergegeben wird (<https://creativecommons.org/licenses/>).

Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. Zusatzmaterialien.

Literaturbezug

Genutzte Unterrichtsmaterialien

Prediger, S., & Marxer, M. (2014). Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken. In T. Leuders, S. Prediger, B. Barzel, & S. Hußmann (Hrsg.), Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund, Freiburg: KOSIMA. Abgerufen von http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreichung_Modellieren.pdf.

Hintergründe

Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2017). *The learning and teaching of algebra ideas, insights, and activities*. Abingdon, Oxon New York, NY: Routledge.

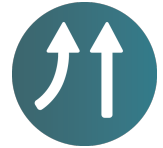
Bosse, M. (2017). *Mathematik fachfremd unterrichten. Zur Professionalität fachbezogener Lehrer-Identität*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Bruder, R., Linneweber-Lammerskitten, H., & Reibold, J. (2015). Individualisieren und differenzieren. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 513-534). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Lünne, S., & Biehler, R. (2018). Ffunt@OWL – Ein Zertifikatskurs für fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer, & C. Selter (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren. Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 339-360).

Prediger, S., & Marxer, M. (2014). Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken. In T. Leuders, S. Prediger, B. Barzel, & S. Hußmann (Hrsg.), Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund, Freiburg: KOSIMA. Abgerufen von http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreichung_Modellieren.pdf.

Steckbrief zu Baustein 3: Klassen 1–6: Wie werden Terme und Variablen vorbereitet?



Von Steffen Lünne und Frank Wiemann, erstellt im Projekt „Ffunt@OWL – Modul Algebra“
Projektleitung: Rolf Biehler

Grundidee des Bausteins

Ziel von Baustein 2 im Modul „Variablerterme für Fachfremde“ ist es, zu verdeutlichen, wie die in Baustein 1 erarbeitete Grundvorstellung im Unterricht der Klasse 5 und 6 angebahnt wird, in denen häufig Mathematik fachfremd unterrichtet wird. Damit adressieren wir besonders die Fachfremden, die nur in 5 und 6 unterrichten und auch nur diesen Bereich für sich für relevant halten. Dazu werden geeignete Aufgaben mit passenden Zielsetzungen vorgestellt. In einer folgenden Eigenarbeitsphase sollen die Teilnehmenden ihr mitgebrachtes Unterrichtsmaterial durchsehen und Beispielaufgaben für die Variablenvorbereitung finden.

Zielgruppe und Ziele

Fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen der Sekundarstufe I:

- erweitern ihr Repertoire an Kompetenzen und Wissen hinsichtlich Terme und Variablen,
- kennen den didaktischen Hintergrund zu Termen und Variablen (Schwerpunkte: Generalisierung, Variablenaspekte und Aktivitäten von Termen),
- **kennen wichtige Aktivitäten und passende Aufgaben zur Vorbereitung des Themas Variablerterme.**

Hintergrund

Fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen unterrichten häufig in den Klassenstufen 5 und 6 (Bosse, 2017). In seiner Analyse zeigt Bosse (2017) darüber hinaus auf, dass Fachfremde ein über die aktuell unterrichteten Klassenstufen hinausgehendes Wissen nicht für nötig halten und ggf. nicht erworben haben. Der vorliegende Baustein rückt aus diesem Grund die Vorbereitung der Einführung von Termen und Variablen in den Klassen 5 und 6 in Blick der Teilnehmenden, indem vorbereitende Aufgaben für die Klassenstufen 5 und 6 (vgl. Barzel, 2012; Prediger & Marxer, 2014) in einer möglichen Unterrichtssequenz aufgezeigt werden und mit Aktivitäten mit Termen sowie mit den Variablenaspekten (vgl. Malle, 1993) und Zielen des Algebraunterrichts (vgl. Arcavi, Drijvers, & Stacey, 2017) aus Baustein 1 verbunden werden, sodass sich die Aufgaben in das erworbene fachdidaktische Wissen einbetten.

Struktur und Kernaktivitäten

Der Baustein ist in drei Phasen eingeteilt:

- eine Einleitung über Aufgabenbeispiele (vgl. Barzel, 2012; Prediger & Marxer, 2014) zu Aufgaben aus der Primarstufe zum Modellieren mit Zahlentermen und der Variablenvorbereitung,
- eine Übungsphase, in denen die Teilnehmenden in schulformhomogenen Kleingruppen in ihrem mitgebrachten Unterrichtsmaterial nach passenden Aufgaben zum Modellieren mit Zahlentermen und zur Variablenvorbereitung suchen oder vorgegebene Aufgaben an ihre Schulform anpassen und
- eine Reflexionsphase, in der die TN zunächst in größeren schulformhomogenen Gruppen ihre Ergebnisse vorstellen und eine besonders geeignete Aufgabe oder eine besonders strittige Aufgabe auswählen, die im Plenum vorgestellt und diskutiert wird.

Verfügbares Material

1. Präsentation mit Moderationshinweisen und Präsentationsnotizen für Teilnehmende: P_BS2
2. Arbeitsauftrag für Eigenarbeitsphase mit Checkliste: AB_BS2_1

Außerdem notwendig: Dokumentenkamera, Laptop, Beamer, evtl. Presenter, Edding-Stifte, Moderationskarten, Schulbücher der Klassen 5–7 der Teilnehmenden, *mathewerkstatt 6*, *mathewerkstatt 7*

Beispiel mögliche Zeitstruktur für einen Block von 3 h

Zeit	Phase/Aktivität	Sozialform	Material/Medien
15 min	M: Problemstellung zum Einstieg: zu erwerbende Vorstellungen in Zusammenhang mit Variablentermen sind komplex, so dass sie einer Vorentlastung bedürfen; wie kann eine solche Vorentlastung aussehen? TN: äußern erste Ideen für eine mögliche Vorentlastung im Rahmen einer Murmelphase M: Sicherung der TN-Ideen auf Karten	Plenum	Präsentation P_BS2, Stifte, Karten & Klebe-/Steckfläche für Kartenabfrage
30 min	M: Input zum Vorstellen von Beispielaktivitäten in der Primarstufe und im Doppeljahrgang 5/6 verknüpft mit den Zielsetzungen des Algebraunterrichts, Aktivitäten mit Termen oder den Variablenaspekten. TN: berichten im Anschluss über Erfahrungen und äußern ggf. Bedenken zum Einsatz der vorgestellten Aufgaben	Input mit anschließender kurzer Diskussion	Präsentation P_BS2, Stifte, Karten & Klebe-/Steckfläche für Kartenabfrage
90–105 min	Eigenarbeit der TN mit dem eigenen Unterrichtsmaterial (Schulbuch, Arbeitsblätter, ...); TN durchforsten ihr Unterrichtsmaterial in möglichst schulformhomogenen Kleingruppen [max. 3 TN] nach Aufgaben zu verschiedenen Aktivitäten mit Termen bzw. zu verschiedenen Variablenaspekten.	Kleingruppen	Präsentation P_BS2, AB_B2
30–45 min	Je zwei Kleingruppen finden sich möglichst schulformhomogen zusammen und stellen einander ihre Ergebnisse anhand der Checkliste vor. In ihrer Diskussion einigen sie sich entweder auf eine besonders gelungene oder eine besonders strittige Aufgabe, die sie im Plenum vorstellen.	Großgruppen, dann Plenum	Präsentation P_BS2, AB_BS2, Dokumentenkamera
optional	Abschluss mit Blitzlicht, falls Baustein 3 nicht direkt anschließt	Plenum	Präsentation P_BS2

Quelle und Nutzungsrechte

Dieser Baustein wurde entwickelt im Projekt „Ffunt@OWL“ des DZLM und der Bezirksregierung Detmold zur Entwicklung von Materialien für die Zertifikatskurse Mathematik Sekundarstufe I und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden. Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können, soweit nicht anders gekennzeichnet, für Zwecke der Aus- und Fortbildung genutzt und verändert werden, wenn die Quellenhinweise mit DZLM, Projektname und Autorinnen und Autoren aufgeführt bleiben sowie das bearbeitete Material unter der gleichen Lizenz weitergegeben wird (<https://creativecommons.org/licenses/>).

Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. Zusatzmaterialien.

Literaturbezug

Genutzte Diagnose- und Fördermaterialien

Barzel, B. (2012). Mathewerkstatt 5/6, Handreichungen [...]. Berlin: Cornelsen.

Prediger, S., & Marxer, M. (2014). Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken. In T. Leuders, S. Prediger, B. Barzel, & S. Hußmann (Hrsg.), Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund, Freiburg: KOSIMA. Abgerufen von http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreichtung_Modellieren.pdf.

Hintergründe

Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2017). *The learning and teaching of algebra ideas, insights, and activities*. Abingdon, Oxon New York, NY: Routledge.

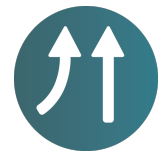
Barzel, B. (2012). Mathewerkstatt 5/6, Handreichungen [...]. Berlin: Cornelsen.

Bosse, M. (2017). *Mathematik fachfremd unterrichten. Zur Professionalität fachbezogener Lehrer-Identität*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra mit vielen Beispielaufgaben*. Braunschweig: Vieweg.

Prediger, S., & Marxer, M. (2014). Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken. In T. Leuders, S. Prediger, B. Barzel, & S. Hußmann (Hrsg.), Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund, Freiburg: KOSIMA. Abgerufen von http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreichtung_Modellieren.pdf.

Steckbrief zu Baustein 3: Klasse 7: Wie werden Terme und Variablen eingeführt?



Von Steffen Lünne und Frank Wiemann, erstellt im Projekt „Ffunt@OWL – Modul Algebra“
Projektleitung: Rolf Biehler

Grundidee des Bausteins

In Baustein 3 sollen die Teilnehmenden in schulformhomogenen Kleingruppen einen Unterrichtsgang zur Einführung von Variablentermen mit ihrem Unterrichtsmaterial planen. Eine mögliche Orientierung bietet dazu der Unterrichtsgang der *mathewerkstatt 7*, der in kurzer Form mit Bezug auf die zu aufzubauenden Grundvorstellungen besprochen wird und als Orientierungsrahmen dient. Die Ergebnisse werden in Teilgruppen präsentiert und mit Hilfe eines vorgegebenen Rasters von den Teilnehmenden bewertet. Die Bewertung bietet dann eine Grundlage für eine abschließende Besprechung und ist Ausgangspunkt für die weitere Arbeit.

Zielgruppe und Ziele

Fachfremd Mathematik unterrichtende Lehrpersonen der Sekundarstufe I:

- erweitern ihr Repertoire an Kompetenzen und Wissen hinsichtlich Termen und Variablen,
- kennen den didaktischen Hintergrund zu Termen und Variablen (Schwerpunkte: Generalisierung, Variablenaspekte und Aktivitäten von Termen),
- kennen wichtige Aktivitäten und passende Aufgaben zur Vorbereitung des Themas Variablenterme,
- kennen wichtige Aktivitäten und passende Aufgaben zur Einführung des Themas Variablenterme, setzen diese in eine Unterrichtsreihe um und reflektieren die Umsetzung,
- reflektieren im Rahmen der Unterrichtsplanung über ihre Einstellungen zur Gestaltung von Mathematikunterricht.

Hintergrund

Eine Kombination aus Transmissionsorientierung, kleinschrittiger Anleitung sowie Schwerpunktsetzung auf Übung kann zu einer einseitigen Fokussierung auf Schema und Verfahren im Algebraunterricht der Fachfremden führen (vgl. Bosse, 2017), der Aspekte wie Generalisierung und Problemlösen zugunsten der Transformierung von Termen und Gleichungen außer Acht lässt. Der Baustein soll dazu dienen, beim Einstieg in das Thema Terme und Variablen den Aspekt der Generalisierung (Arcavi, Drijvers, & Stacey, 2017) in Anlehnung an Prediger and Marxer (2014) in den Fokus zu rücken und damit eine alternative Zugangsmöglichkeit bereitzustellen, die gleichzeitig mit passendem Unterrichtsmaterial verknüpft wird.

Struktur und Kernaktivitäten

Der Baustein ist in drei Phasen eingeteilt:

- eine Einleitung über Aufgabenbeispiele (vgl. Prediger & Marxer, 2014) zu Aufgaben aus dem Einstieg in das Thema Terme und Variablen ohne Termumformung,
- eine Übungsphase, in denen die Teilnehmenden in schulformhomogenen Kleingruppen für ihre Schulform nach diesen Ideen einen eigenen Einstieg erarbeiten,
- eine Reflexionsphase, in der die Teilnehmenden zunächst in größeren schulformhomogenen Gruppen ihre Ergebnisse vorstellen und einen besonders geeigneten oder einen besonders strittigen Einstieg auswählen, der im Plenum vorgestellt und diskutiert wird.

Verfügbares Material

- Präsentation mit Moderationshinweisen und Präsentationsnotizen für Teilnehmende: P_BS3
- Außerdem notwendig:
Dokumentenkamera, Laptop, Beamer, evtl. Presenter, Edding-Stifte, Moderationskarten, Schulbücher der Klasse 7 der Teilnehmenden, *mathewerkstatt 7*, Kopierer, Schere [TN], Plakate, Klebstoff [TN]

Beispiel mögliche Zeitstruktur für einen 3 Stunden-Block

Zeit	Phase/Aktivität	Sozialform	Material/Medien
15 min	Einstieg: Ausgehend von dem gemeinsamen Ergebnis aus Baustein 1 (kurze Wdh.), aus dem die Komplexität der von den SuS zu leistenden Überlegungen hervorgeht, richtet sich der Blick nun auf die Anlage einer Unterrichtsreihe zur Einführung der Variablerterme. Die Ideen der TN werden über eine Kartenabfrage zunächst festgehalten und am Ende des Inputs (s. u.) wieder aufgegriffen.	Plenum	Präsentation P_BS3, Stifte, Karten & Klebe-/Steckfläche für Kartenabfrage
30 min	Input: Vorstellung einer Unterrichtsreihe zum Einführen der Variablerterme in Klasse 7 analog zum Unterrichtsgang der <i>mathewerkstatt 7</i> , gefolgt von einer kurzen Diskussion mit den TN unter Einbindung der Kartenabfrage, die in den in den Arbeitsauftrag mündet.	Input mit anschließender kurzer Diskussion	Präsentation P_BS3, Stifte, Karten & Klebe-/Steckfläche für Kartenabfrage
90–105 min	Eigenarbeitsphase der Teilnehmenden mit dem eigenen Unterrichtsmaterial (Schulbuch, Arbeitsblätter, ...): Die Teilnehmenden planen mit ihrem Unterrichtsmaterial in möglichst schulformhomogenen Kleingruppen [max. 3 TN] eine Unterrichtsreihe zur Einführung von Termen und Variablen. Finden sie keine passenden Aufgaben (abhängig vom Schulbuch; ggf. vorher prüfen), sollen sie eigene Aufgaben entwickeln oder die vorgestellten Aufgaben für ihre Schulform modifizieren.	Kleingruppen	Präsentation P_BS3
30–45 min	Je zwei Kleingruppen finden sich möglichst schulformhomogen zusammen und stellen einander ihre Ergebnisse vor und bereiten eine gemeinsame Präsentation für das Plenum vor. Im Plenum stellt jede Großgruppe ihren Beitrag vor. Alle TN prüfen, ob der Vorschlag verschiedene Termaktivitäten anspricht und die SuS wichtige Vorstellungen zu Variablen entwickeln können.	Großgruppen, dann Plenum	Präsentation P_BS3, Dokumentenkamera
10 min	Abschluss mit Blitzlicht	Plenum	Präsentation P_BS3

Quelle und Nutzungsrechte

Dieser Baustein wurde entwickelt im Projekt „Ffunt@OWL“ des DZLM und der Bezirksregierung Detmold zur Entwicklung von Materialien für die Zertifikatskurse Mathematik Sekundarstufe I.



Der Baustein wird unter der Creative Commons Urheberrechtslizenz CC BY-SA veröffentlicht: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen. Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung gerne genutzt werden, unter der Voraussetzung, dass immer die Quellenhinweise mit DZLM, Projektname und AutorInnen aufgeführt bleiben. (<https://creativecommons.org/licenses/>)

Literaturbezug

Genutzte Diagnose- und Fördermaterialien:

Barzel, B. (2012). Mathewerkstatt 5/6, Handreichungen [...]. Berlin: Cornelsen.

Prediger, S., & Marxer, M. (2014). Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken. In T. Leuders, S. Prediger, B. Barzel, & S. Hußmann (Hrsg.), Handreichungen zur *mathewerkstatt 7*. Dortmund, Freiburg: KOSIMA. Abgerufen von http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreichung_Modellieren.pdf.

Hintergründe:

Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2017). *The learning and teaching of algebra ideas, insights, and activities*. Abingdon, Oxon New York, NY: Routledge.

Bosse, M. (2017). Mathematik fachfremd unterrichten. Zur Professionalität fachbezogener Lehrer-Identität. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Prediger, S., & Marxer, M. (2014). *Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken*. In T. Leuders, S. Prediger, B. Barzel, & S. Hußmann (Hrsg.), Handreichungen zur *mathewerkstatt 7*. Dortmund, Freiburg: KOSIMA. Abgerufen von http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreichung_Modellieren.pdf.